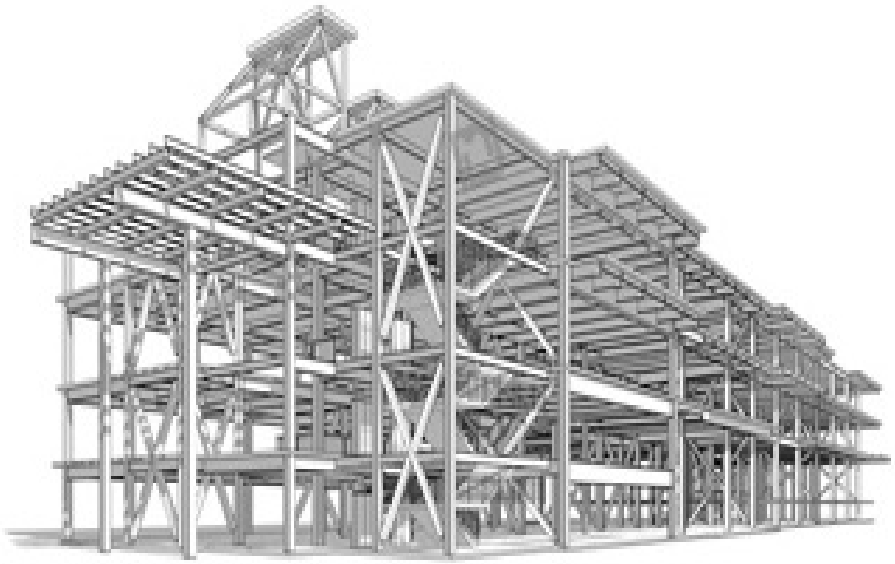
به نام خدا

جزوه درس طراحی سازه های فلزی ساختمان

(محاسبات ساختمان‌های فلزی)

گروه عمران

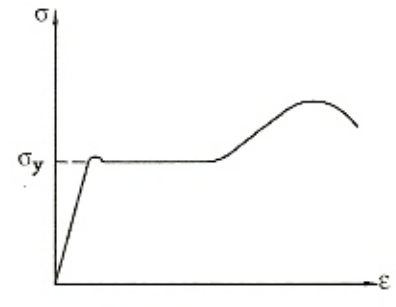


فصل اول

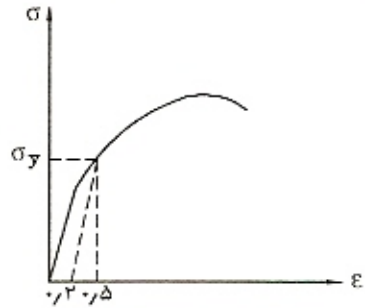
فولاد و خواص آن

تنش تسلیم (در فولادهای نرمه): به تنشی اطلاق می‌شود که در اغلب فولادهای متعارف ساختمانی، مرزی معین بین عملکرد ارتجاعی و خمیری ترسیم می‌کند. (شکل ۱ ـ ۱.(الف))

تنش تسلیم (در فولادهای آلیاژی): به تنشی اطلاق می‌شود که در آن تنش، کرنش فولاد تقریباً ۰/۵ درصد باشد یا به طور دقیقتر از کرنش ۰/۲ درصد به موازات قسمت ارتجاعی منحنی تنش ـ کرنش خطی رسم کرده، تنش نقطه تقاطع این خط و منحنی را تنش تسلیم (σ_y) می‌نامیم. (شکل ۱ ـ ۱.(ب))



(الف) تنش تسلیم در فولادهای نرمه



(ب) تنش تسلیم در فولادهای آلیاژی

شکل ۱ـ۱ . تعیین تنش تسلیم

۱ ـ ۱ انواع فولاد

فولادهای کربنی، فولادهای پر مقاومت، فولادهای آلیاژی

۱ ـ ۱ ـ ۱ فولادهای کربنی (ساده)

حاوی کربن (حداکثر ۱/۷ درصد) و سیلیس و مس و منگنز.

انواع فولادهای کربنی: ۱ـ فولاد کم کربن (کمتر از ۰/۱۵ درصد کربن دارد.)

۲ـ فولاد با کربن نسبتاً متوسط (بادرصد کربن بین ۰/۱۵ درصدتا ۰/۲۹ درصد)

۳ـ فولاد با کربن متوسط ـ فولاد اعلاء (با درصد کربنی بین ۰/۳ درصد تا ۰/۵۹ درصد)

۴ـ فولاد با کربن بالا (با درصد کربنی بین ۰/۶ درصد تا ۱/۷ درصد)

با بالا رفتن درصدکربن فولاد، تنش تسلیم (جاری شدن) فولاد بالا رفته، شکل‌پذیری آن تقلیل یافته جوش‌پذیری آن نقصان می‌یابد.

۲ ـ ۱ ـ ۱ فولادهای پرمقاومت (مقاوم)

تنش تسلیم آنها در محدودهٔ $\frac{kg}{cm^2}$ ۲۷۵۰ الی $\frac{kg}{cm^2}$ ۴۸۰۰ قرار گرفته است. بالا رفتن مقاومت این فولادها تنها با اضافه شدن آلیاژهایی نظیر: کرم، کلسیم، مس، منگنز، مولیبدن، نیکل، فسفر، وانادیم یا زیرکونیم صورت گرفته است و هیچ گونه عملیات حرارتی خاصی در تولید فولاد به عمل نیامده است.

۳ ـ ۱ ـ ۱ فولادهای آلیاژی

در این فولادها به منظور دستیابی به مقاومت بالای تسلیم ($\frac{kg}{cm^2}$ ۵۵۰۰ الی $\frac{kg}{cm^2}$ ۷۶۰۰) آنها را تحت عملیات تبرید و باز پخت قرار می‌دهند. چون این فولادها دارای پله خمیری مشخصی نیستند، لذا تنش این نوع فولادها را در نقطه‌ای که نظیر نقطه کرنش تقریباً ۰/۵ درصد است، معین کرده و آن تنش را تنش تسلیم فولاد می‌نامند. (شکل (۱ـ۱.(ب))

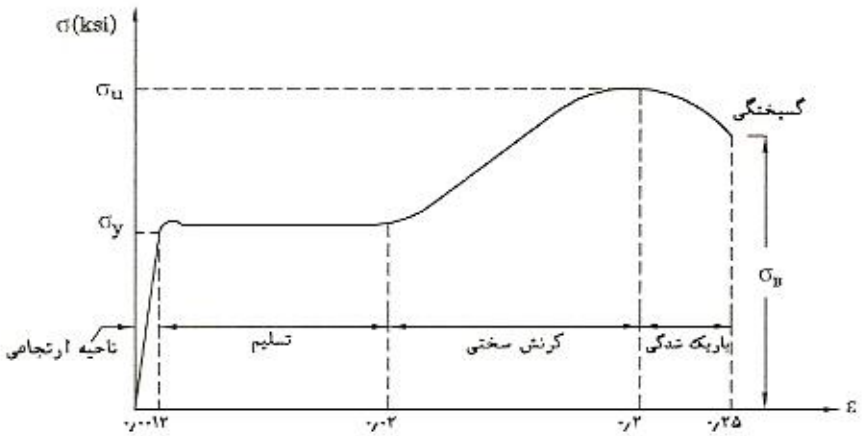
عملیات باز پخت فولاد سبب می‌شود که تا حد بسیار قابل توجهی چقرمگی (toughness) و شکل‌پذیری (ductility) فولاد بالا برود و ازبروزترک درفولاددرحین جوشکاری‌جلوگیری شود.

در جوش خود حفاظ قوس الکتریک (SMAW) الکترودها با علایم E70xx, E60xx *و ... مشخص می‌شوند. حرف* E *به معنی الکترود (Electrod) بوده، دو رقم اول (۶۰، ۷۰ و ...) بیان کنندهٔ مقاومت کششی فولاد الکترود برحسب* ksi *و دو رقم بعدی که با* xx *مشخص شده‌اند، بیان کنندهٔ گروه و وضعیت مصرفی الکترود است.*

۲ ـ ۱ منحنی تنش ـ کرنش فولاد در درجهٔ حرارت محیط

همان طور که در شکل زیر ملاحظه می‌شود، هر گاه کرنش نمونهٔ فولادی به ۱۵ الی ۲۰ برابر (در اینجا ۱۷ ≈ $\frac{۰/۰۲}{۰/۰۰۱۲}$ برابر) کرنش حد ارتجاعی برسد، بار دیگر فولاد در مقابل افزایش کرنش از خود سختی

نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، منحنی تنش ـ کرنش فولاد با شیبی ملایم‌تر از شیب قسمت ارتجاعی فولاد امتداد پیدا می‌کند. این ناحیه از منحنی را ناحیهٔ سختی ـ کرنش (strain hardening) می‌گوییم.



شکل ۲ـ۱ . منحنی تنش ـ کرنش فولاد در درجه حرارت محیط

نرمی فولاد: نرمی فولاد را می‌توان تغییر شکل غیرقابل برگشت فولاد دانست. اندازه‌گیری نرمی فولاد با تعیین درصد تغییر طول نمونهٔ فولادی درهنگام گسیختگی نیز معین می‌شود.

(در شکل بالا ۰/۰۰۱۲–۰/۲۵ = اندازهٔ نرمی)

ضریب ارتجاعی برشی (G): برای فولادهای ساختمانی در حدود $۰/۸ \times ۱۰^{۶} \frac{kg}{cm^{۲}}$ است:

$$G = \frac{E}{۲(۱ + \nu)} \Rightarrow \frac{E}{۲} < G < \frac{E}{۳}$$

۳ ـ ۱ عملکرد فولاد در درجه حرارتهای بالا

وقتی که دمای فولاد از مرز ۹۵°C می‌گذرد، کم کم منحنی تنش ـ کرنش فولاد شکل خطی خود را در ناحیهٔ ارتجاعی از دست داده نقطه جاری شدن حذف می‌شود و E و σ_y و مقاومت کششی با افزایش دما رو به کاهش می‌گذارند.

فولادهایی که حدوداً درصد کربن بالایی دارند بین دمای ۱۵۰ و ۳۷۰ درجه سانتی‌گراد از خود، کهنگی کرنش (Strain aging) نشان می‌دهند. این نوع رفتار به معنی صعود نسبی تنش تسلیم و مقاومت کششی فولاد در حدود دماهای یاد شده می‌باشد. سایر تأثیرات دمای بالا بر روی فولاد به شرح زیر است:

الف ـ خزش برای بتن پدیده‌ای معلوم است، ولی برای فولاد در دمای محیط، خزشی ملاحظه نمی‌شود. اگر دمای فولاد بالا رود مقدار خزش آن نیز قابل توجه خواهد شد.

ب ـ خاصّیت شکنندگی فولاد به دلیل تغییر خاصیت متالورژیکی آن در بیش از $^{\circ}C$ ۵۱۰ افزایش می‌یابد.

ج ـ مقاومت در برابر اکسید شدن از $^{\circ}C$ ۵۴۰ به بالا، به شدت نقصان می‌یابد.

۴ ـ ۱ ترد شکنی

«یک نوع خرابی فاجعه انگیز است که بدون تغییر شکل اولیه خمیری (که می‌تواند خبردهنده باشد.) به سرعت اتفاق می‌افتد.»

تردشکنی به عوامل زیر بستگی دارد:

۱ ـ ۴ ـ ۱ دما

هر قدر دما پایین‌تر رود، خطر تردشکنی افزایش خواهد یافت. همچنین در بالاتر از $^{\circ}C$ ۵۴۰، رسوب عناصر آلیاژی فولاد سبب ایجاد ساختاری ترد می‌گردد.

۲ ـ ۴ ـ ۱ ضخامت

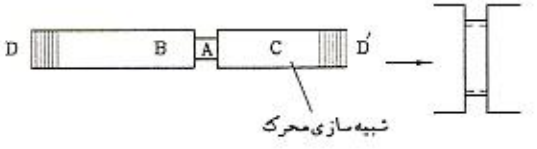
هر قدر فولاد ضخیم‌تر باشد، خطر ترد شکنی افزایش بیشتر خواهد یافت زیرا بدلیل اثر پواسون اثر بعد سوم ناچیز نمی‌شود و حالت تنش سه محوری رخ می‌دهد و تمایل تردشکنی فولاد افزایش می‌یابد.

۳ ـ ۴ ـ ۱ حالت سه محوری تنش

عضوی که تحت تنش سه محوری قرار دارد، نسبت به عضوی که تحت تنش تک محوری قرار دارد، تردشکن‌تر است.

۴ ـ ۴ ـ ۱ ترک و زخم و شکاف

وجود شکاف سبب می‌شود که از جاری شدن خمیری نمونه جلوگیری شده، نمونه ناگهان شکسته و گسیخته گردد. به شکل زیر دقت کنید.

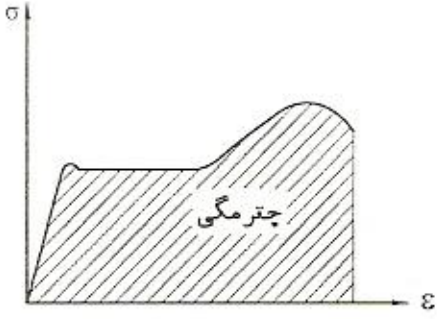


شکل ۳ـ۱ . شبیه‌سازی ترک

۵ـ۱ چند تعریف

۱ـ۵ـ۱ چقرمگی

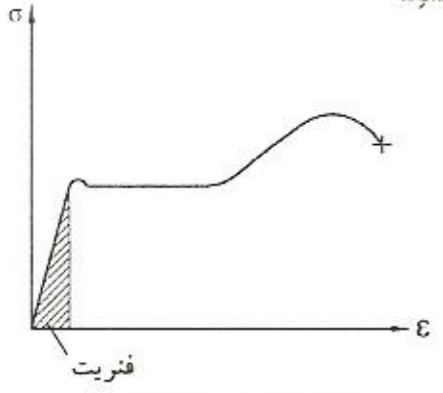
مقدار انرژی قابل جذب ارتجاعی و غیرارتجاعی توسط واحد حجم مصالح تا لحظهٔ گسیختگی است. اگر تنش تک محوری باشد، مقدار چقرمگی را می‌توان با سطح زیر منحنی تنش ـ کرنش معین کرد.



شکل ۴ـ۱ . چقرمگی

۲ـ۵ـ۱ فنرّیت

نشان دهندهٔ قدرت جذب انرژی ارتجاعی مصالح است. ضریب فنریت، مقدار انرژی ارتجاعی قابل جذب توسط واحد حجم مصالح را می‌رساند که مقدار آن برای فولاد با سطح زیر منحنی تنش ـ کرنش تا شروع نقطهٔ خمیری معین می‌شود.

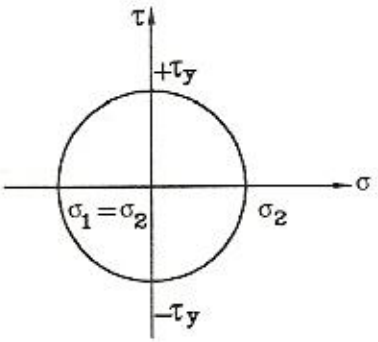


شکل ۵ـ۱ . تعریف فنرّیت

۳ـ۵ـ۱ تنش تسلیم برشی (τ_y)

ثابت می‌شود که تنش تسلیم برشی فولاد برابر با $\frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$ می‌باشد.

اثبات: در شکل (۶ـ۱) دایره موهر مربوط به حالتی که تنش برشی خالص وجود داشته باشد ،نمایش داده



شکل ۶ـ۱ . دایرهٔ موهر

شده است.

اما مطابق تئوری گسیختگی انرژی اعوجاج (هوبر، فن مایزز، هنکی)، در حالت دو بعدی داریم:

$$\sigma_y^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 \Rightarrow \sigma_y^2 = \sigma_1^2 + (-\sigma_1)^2 - \sigma_1 (-\sigma_1) = 3\sigma_1^2 \Rightarrow \sigma_1 = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$$

در نتیجه مطابق دایرهٔ موهر داریم: $\tau_y = \sigma_1 = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$

۴ ـ ۵ ـ ۱ نسبت پواسون (μ)

برای فولادهای ساختمانی مقدار نسبت پواسون در حوزهٔ ارتجاعی ۰/۳ و در حوزهٔ خمیری ۰/۵ است. (مقدار ۰/۵ برای حالتی است که فولاد بدون افزایش نیرو، تغییر شکل (و نه تغییر حجم) پیدا می‌کند).

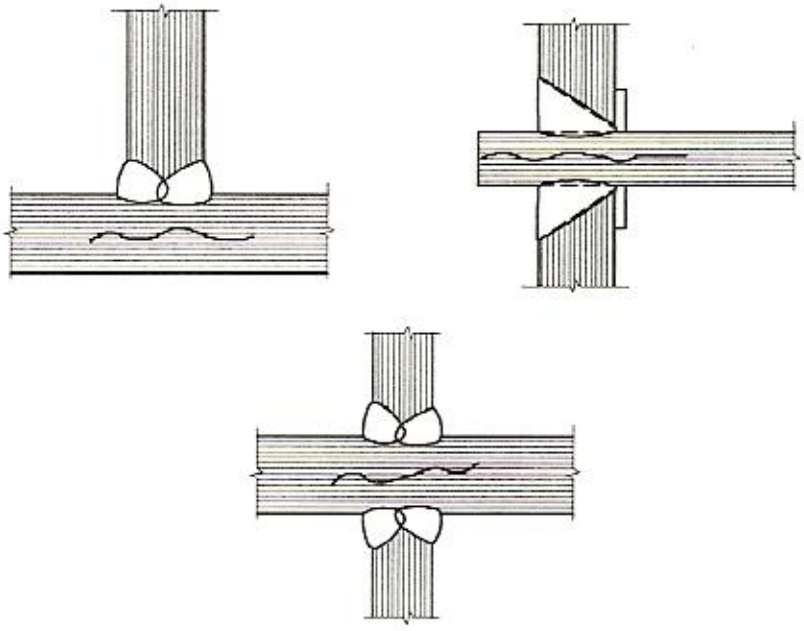
در شکل (۳ـ۱)، وقتی میلهٔ DD′ تحت کشش واقع می‌شود، بدون اینکه B و C حتی به جاری شدن برسند (در حالت کلی : بدون اینکه B و C به گسیختگی برسند)، تکهٔ A به مرحلهٔ باریک شدگی می‌رسد و گسیخته می‌شود. پس میلهٔ DD′ پس از یک تغییر شکل کوچک (ونه در حد ۰/۲۵ = ε) به مرحلهٔ گسیختگی می‌رسد که این همان ترد شکنی است.

۶ ـ ۱ بارهای جنبشی (دینامیک)

هر قدر بارهای خارجی سریعتر وارد شوند، خطر تردشکنی بیشتر خواهد بود.

۷ ـ ۱ پارگی لایه‌ای

نوعی ترد شکنی است که در فولاد مبنا و در محلهای جوش اتفاق می‌افتد. به سبب انقباض شدید فلز جوش، فولاد مبنا در بعد ضخامت خود در سطحی موازی دو سطح خارجی، ترک لایه‌ای بر می‌دارد.



شکل ۷ـ۱ . نمایش پارگی لایه‌ای در چند اتصال جوشی

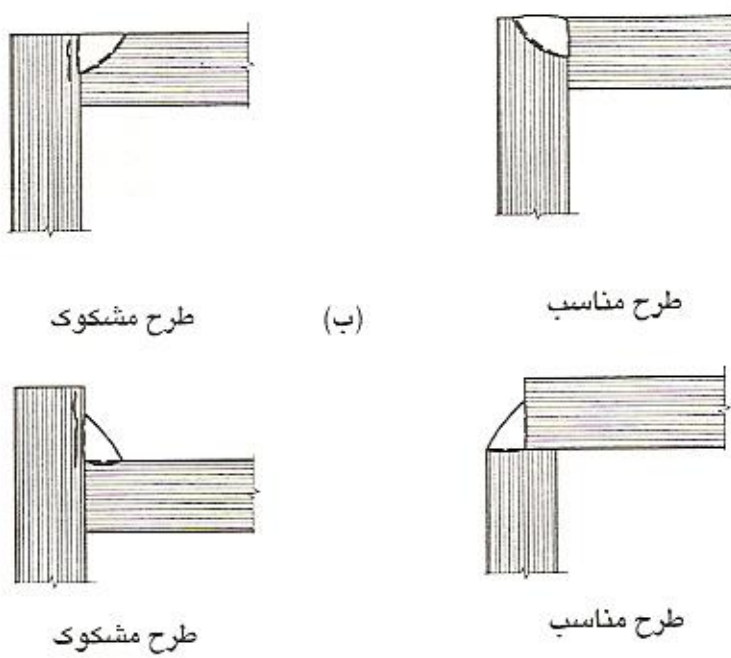
البته یکی از عوامل تقویت پارگی لایه‌ای این است که خاصیت شکل‌پذیری فولاد، (قدرت تحمل کرنش) در جهت ضخامت به مراتب کمتر از خاصیت شکل‌پذیری فولاد، در جهت نورد آن است.

حد ارتجاعی فولاد (σ_y) ***نیز در جهت عرضی، کمی پایین‌تر از حد ارتجاعی*** (σ_y) ***آن در جهت نورد است.***

همان طور که قبلاً گفته شد، انقباض جوش در جهت ضخامت قطعهٔ فولادی موجب پارگی لایه‌ای می‌شود، لذا طرح جوش اتصال باید به نحوی باشد که انقباض جوش در جهت نورد قطعه عمل کند.

طرح مناسب　　طرح مشکوک

(الف)



شکل ۸ـ۱ . امکان ایجاد پارگی لایه‌ای را می‌توان با طرحی مناسب کاهش داد.

۸ ـ ۱ استحکام خستگی

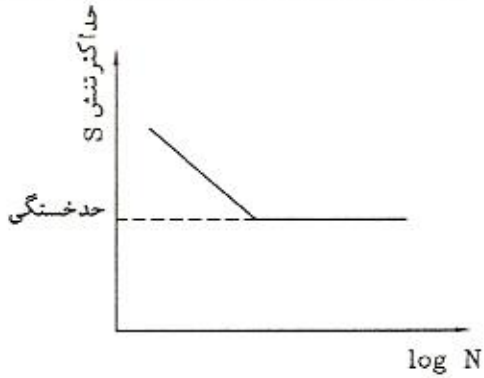
تکرار عمل بارگذاری و حذف بار، اگر به دفعات قابل توجهی انجام گیرد، حتی اگر تنش کمتر از تنش تسلیم ایجاد کند، ممکن است نهایتاً به گسیختگی قطعه بیانجامد. یک چنین پدیده‌ای به نام خستگی شناخته می‌شود.

هر چه فولاد نرمتر باشد، مقاومت بیشتری در برابر خستگی خواهد کرد.
به وجود آمدن تنش چند محوری، از مقاومت در برابر خستگی خواهد کاست.

حَد خستگی (fatigue limit): تنشی است که در تعداد دوره تناوب بسیار زیاد (بیش از حدود دو میلیون) باعث گسیختگی می‌شود. (شکل ۹ـ۱)

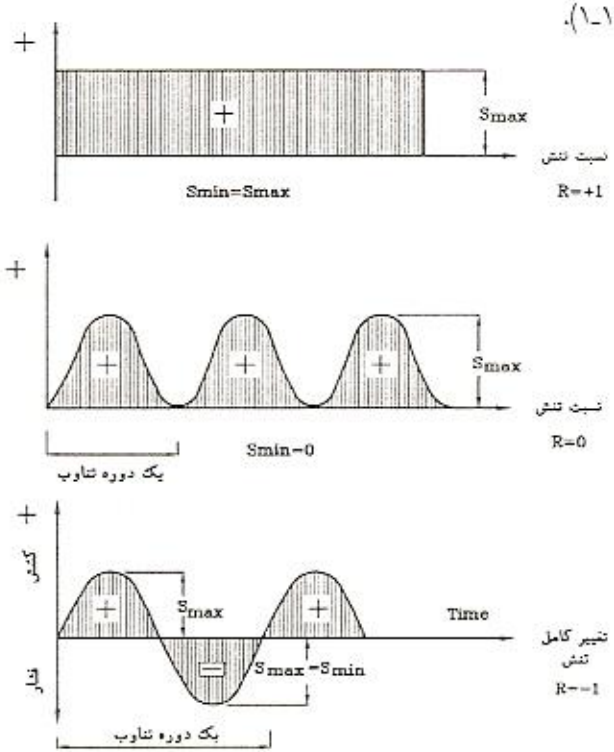
در مورد ساختمانهای فولادی چون تعداد دورهٔ تناوب در عمر سازه یکصد هزار یا کمتر می‌باشد، تقلیل مقاومت فولاد ناچیز خواهد بود ولی در پلهای بزرگراهها انتظار می‌رود که تعداد دورهٔ تناوب بارگذاری در عمر

سازه بیش از یکصدهزار باشد و بدین سبب در این سازه‌ها خستگی، مسألهٔ مهمی خواهد بود.



شکل ۹ـ۱ . منحنی تغییرات متداول S - N در مقایس لگاریتمی

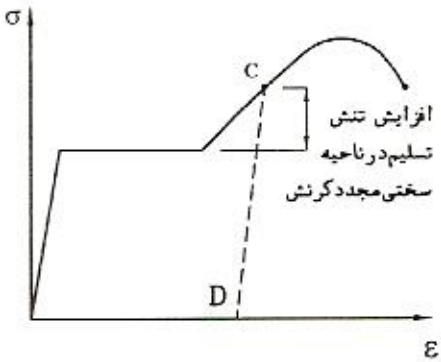
زمانی که نسبت تنش (یعنی R) بین $\frac{1}{2}$ و ۱+ است، خستگی نقشی بازی نمی‌کند، به عبارت دیگر تا زمانی که تنش حداقل، کمتر از $\frac{1}{2}$ تنش حداکثر نباشد به شرطی که از نوع تنش حداکثر نیز باشد، خستگی نقشی ندارد (شکل ۱۰ـ۱).



شکل ۱۰ـ۱ . انواع تغییرات متناوب تنش برای نسبتهای مختلف تنش از R = +۱ الی R = −۱

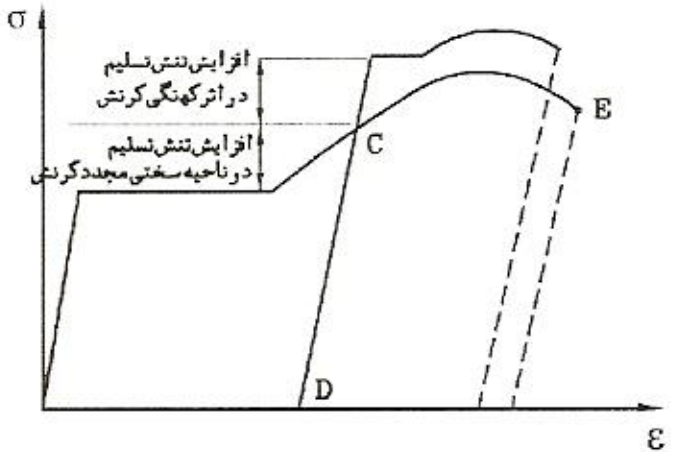
۹ـ۱ کارسرد و سخت گردانی کرنشی

در شکل (۱۱ـ۱) نمونه را تا نقطهٔ C تحت بار قرار می‌دهیم و در این نقطه بار را از روی آن حذف می‌کنیم. در برگشت به حالت بدون بار، منحنی طول خط بریده CD را طی کرده، مبدأ بارگذاری مجدد نمونه نقطهٔ D می‌شود. دیده می‌شود که طول خط CD بلندتر شده و به عبارت دیگر، تنش تسلیم فولاد نمونهٔ جدید افزایش یافته است، یک چنین تغییر حالت فولاد به دلیل قطع بارگذاری در ناحیهٔ سخت گردانی کرنش فولاد است و در عوض با در نظر گرفتن موقعیت نقطهٔ D دیده می‌شود که شکل‌پذیری فولاد جدید به شدت کاهش یافته است. به چنین عملیاتی که بر روی فولاد در دمای محیط و به منظور تغییر خواص مکانیکی فولاد انجام می‌گیرد، کار سرد می‌گویند.



شکل ۱۱ـ۱ . کار سرد

ممکن است چنین به نظر برسد که افزایش مقاومت فولاد به قیمت از دست رفتن شکل‌پذیری فولاد و از بین رفتن نقطهٔ کاملاً مشخص تنش تسلیم فولاد به پله خمیری فولاد حاصل می‌شود ولی حقیقت این است که پس از مدتی که بار نمونه حذف شد، فولاد جدید خواص مکانیکی دیگری را که آنرا نمی‌توان با نقاط C و D و E شکل (۱۲ـ۱) نشان داد، از خود نشان می‌دهد. به پدیده‌ای که بر طبق آن یک چنین تغییر حالتی حاصل می‌شود کهنگی کرنش اطلاق می‌شود که بر طبق آن فولاد جدید تنش تسلیم بالاتری از خود نشان داده، بار دیگر دارای پله خمیری و ناحیهٔ سختی مجدّد کرنش (شکل ۱۲ـ۱) خواهد شد.



شکل ۱۲ـ۱ . تأثیر کهنگی کرنش

پرسشهای چهارگزینه ای

۱ ـ با افزایش مقدار کربن در آلیاژ فولاد:

۱ ـ جوش‌پذیری فولاد بهتر می‌شود.

۲ ـ فولاد شکننده شده و مقاومت‌فشاری آن افزایش یافته و جوش‌پذیری آن کاهش می‌یابد.

۳ ـ فولاد شکننده شده و تغییر شکل‌پذیری آن افزایش یافته و جوش‌پذیری آن کاهش می‌یابد.

۴ ـ هیچ تأثیری در خواص فولاد به وجود نمی‌آید.

۲ـ برای فولاد نرمه ساختمانی بین حد ارتجاعی برش F_{ys} و حد ارتجاعی کششی F_y کدام رابطه برقرار است؟

۱ ـ $F_{ys} = F_y$ ۲ ـ $F_{ys} = \sqrt{\frac{۲}{۳}}\, F_y$

۳ ـ F_{ys} ربطی به F_y ندارد. ۴ ـ $F_{ys} = \frac{۱}{\sqrt{۳}}\, F_y$

۳ ـ نسبت پواسون برای فولاد در محدودهٔ ارتجاعی بین کدام دو عدد قرار دارد؟

۱ ـ ۰/۵ تا ۰/۶ ۲ ـ ۰/۳۵ تا ۰/۴۳ ۳ ـ ۰/۲۵ تا ۰/۳۳ ۴ ـ ۰/۱۵ تا ۰/۲۳

۴ ـ معایب استفاده از فولاد کدامها می‌باشند؟

۱ ـ قیمت بالا

۲ ـ قابلیت زنگ زدن آن بالاست

۳ ـ برای محافظت در برابر زنگ زدن باید آنها را رنگ کرد یا ...

۴ ـ همهٔ موارد

۵ ـ می‌نیمم درصد افزایش طول فولاد نرم (تحت کشش تا زمان گسیختگی) چه مقدار می‌باشد.

۱ ـ ۱ درصد ۲ ـ ۲ درصد ۳ ـ ۵۰ درصد ۴ ـ ۲۳ درصد

۶ ـ فولادهای ساختمانی عموماً حاوی ... درصد کربن هستند.

۱ ـ ۰/۱۵ تا ۰/۲۹ ۲ ـ ۰/۳ تا ۰/۵۹ ۳ ـ ۰/۶ تا ۱/۷ ۴ ـ کمتر از ۰/۱۵

۷ ـ کدام عملکرد نمی‌تواند به راحتی روی فولاد نرم اعمال شود؟

۱ ـ سوراخ کردن ۲ ـ برش ۳ ـ پانچ کردن ۴ ـ سخت گردانی

۸ـ خزش در فولاد ...

۱ ـ اصلاً مشاهده نمی‌شود.

۲ ـ در تنشهای پایین ملاحظه نمی‌شود و فقط در تنشهای بالا مشاهده می‌شود

۳ ـ در دمای محیط ملاحظه نمی‌شود ولی اگر دمای فولاد بالاتر برود، مقدار خزش آن نیز قابل توجه خواهد شد.

۴ ـ همیشه همانند بتن وجود دارد.

۹ ـ شیب مماس بر یک نقطه روی نمودار تنش ـ کرنش بالاتر از محدودهٔ ارتجاعی چیست؟

۱ ـ ν، نسبت پواسون

۲ ـ E_s، ضریب کرنش ـ سختی

۳ ـ σ_y، تنش تسلیم

۴ ـ E، ضریب الاستیسیته

۱۰ـ کدامیک از عبارتهای زیر نادرست می‌باشد؟

۱ ـ تمامی فولادها دارای پله خمیری مشخصی می‌باشند.

۲ ـ ضریب ارتجاعی برش کمتر از نصف ضریب الاستیسیته فولاد می‌باشد.

۳ ـ عضوی که تحت تنش سه محوری قرار دارد، نسبت به عضوی که تحت تنش تک محوری قرار دارد، ترد شکن‌تر است.

۴ ـ حد خستگی، تنشی است که در تعداد دورهٔ تناوب بیش از حدود دو میلیون باعث گسیختگی می‌شود.

۱۱ـ کدام جمله صحیح است؟

۱ ـ اگر در یک میلهٔ فولادی تحت کشش، تنش بیش از تسلیم بشود، فولاد پلهٔ خمیری خود را از دست می‌دهد.

۲ ـ کار سرد، موجب کاهش شکل‌پذیری فولاد می‌گردد.

۳ ـ پدیدهٔ کهنگی کرنش موجب کاهش تنش گسیختگی می‌گردد.

۴ ـ همهٔ موارد

فصل دوم

قطعات کششی

مقدمه

قطعات کششی یا دارای نیمرخ ساده هستند و یا دارای نیمرخ مرکب می‌باشند. انواع نیمرخهای (پروفیلهای) ساده عبارتند از: میلگرد، تسمه، نبشی، ناودانی و I و ... نیمرخهای مرکب از ترکیب ۲ یا چند نیمرخ ساده تشکیل می‌شوند. انتخاب پروفیل ساده عملکرد اجرایی را تسهیل خواهد بخشید و حتی محاسبات و تهیهٔ نقشه‌های اجرایی را نیز سرعت خواهد داد ولی با این حال در موارد زیر از پروفیل مرکب استفاده می‌کنیم:

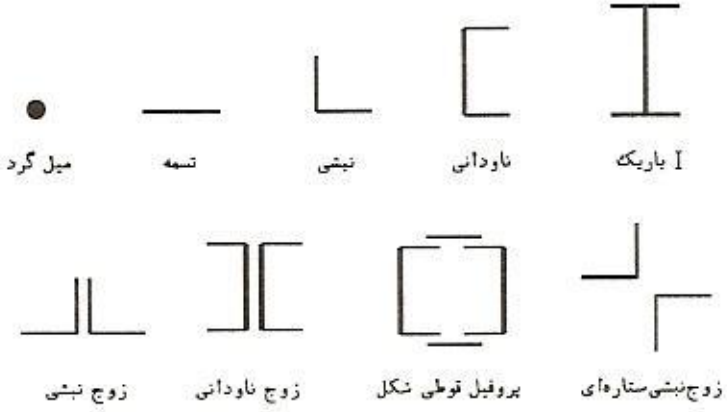
الف ـ زیبایی قطعه مورد نظر باشد.

ب ـ اتصالات مخصوص انتهای قطعه نیاز به مقطعی خاص داشته باشند.

ج ـ نیروی کششی بیش از ظرفیت باربری نیمرخ ساده باشد.

د ـ ضریب لاغری ($\lambda = \frac{kl}{r_{min}}$) نیمرخ ساده صلبیت کافی را به قطعه ندهد (بعدها خواهیم گفت که باید در قطعات کششی $\lambda \leq ۳۰۰$ باشد).

هـ ـ به دلیل اثر توأم کشش و خمش به صلبیت جانبی بالایی نیاز باشد.



شکل ۱ـ۲ . نیمرخهای متداول قطعات کششی (مرکب و ساده)

هر گاه قطعات کششی دارای صلبیت خمشی کمی باشند، زیر اثر وزن خود تغییر شکل داده و به اصطلاح شکم می‌دهند. برای از بین بردن این تغییر شکل اولیه با استفاده از بست قورباغه‌ای یا حرارت یا ... در قطعات کششی، کشش اولیه‌ای قبل از اعمال بار کششی ایجاد می‌کنند. زیرا تغییر شکل اولیهٔ ناشی از وزن باعث می‌شودکه‌این‌قطعات تحت‌اثربار خارجی‌تغییرشکل قابل‌توجهی‌داده‌وقدرت کششی قطعه کاهش یابد.

اثر تنشهای پس ماند

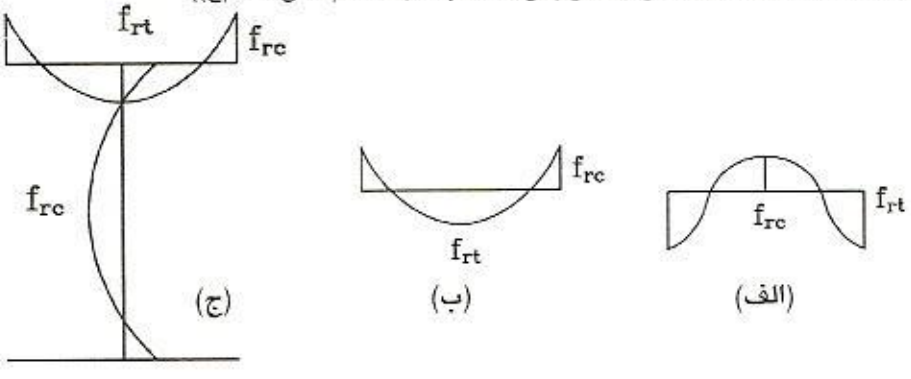
وجود تنشهای پس ماند در قطعات کششی موجب می‌شود که عملکرد قطعات کشش تحت تأثیر بار کمی‌متفاوت باعملکردنمونهٔ فولادی در آزمایش کشش ساده باشد. علل ایجاد تنشهای پس ماند عبارتند از:

۱ـ سرد شدن غیریکنواخت نیمرخهای نورد شده پس از نورد در بستر خنک کننده

۲ـ سرد شدن غیریکنواخت نیمرخهای ساخته شدهٔ جوشی پس از جوشکاری

۳ـ کار سرد انجام شده بر روی قطعات خمیده برای صاف کردن

نحوهٔ ایجاد تنش پس ماند در یک نیمرخ I شکل پس از نورد گرم به این ترتیب است که پس از اتمام نورد گرم، نوک بالهای نیمرخ از سه سمت در معرض هوای سرد محیط قرار می‌گیرد، لذا با سرعتی سریعتر از محل اتصال بال به جان پروفیل شروع به سرد شدن می‌کند و به همین دلیل، قسمت وسط جان نیز، سریعتر از محل اتصال جان به بال خنک می‌شود. بدین ترتیب فلز اتصالات بال به جان، حتی پس از آن که دو انتهای بال و قسمت میانی جان تا درجهٔ حرارت محیط سرد شده باشند، به سرد شدن خود ادامه می‌دهد. یک چنین تأخیری در سرد شدن سبب می‌شود که در اثر انقباض حاصل در اتصالات جان به بال این پروفیل، تنش فشاری در قسمتهای قبلاً خنک شدهٔ پروفیل و تنش کششی در اتصالات جان به بال این پروفیل به‌وجود آید. یک چنین تنشهایی را تنش پس ماند خواهیم نامید. (شکل ۲ـ۲.(ج))



شکل ۲ـ۲ . تنش پس ماند f_{rt}: تنش کششی و f_{rc}: تنش فشاری

در مورد تسمه‌های نورد شده نیز همین وضعیت برقرار بوده و لبه‌های آنها تحت فشار قرار می‌گیرند. اما در تسمه‌های بریده شده به کمک مشعل عکس حالت نورد شده اتفاق می‌افتد یعنی پس از برش، قسمتهای واقع در مسیر بریده شده حرارت خود را از دست می‌دهند منقبض می‌شوند، قسمت میانی تسمه را تحت فشار قرار می‌دهند و خود در کشش می‌افتند (شکل ۲ـ۲.(الف) و (ب)).

نکات مهم :

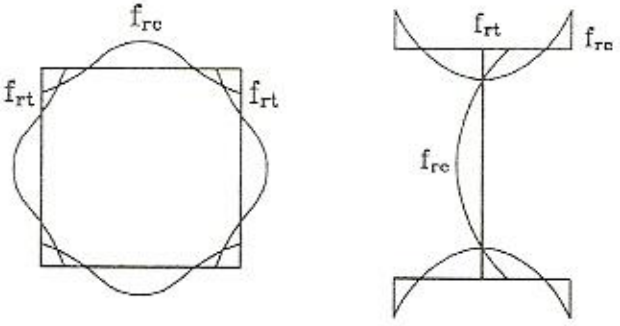
تنش پس ماند در قطعات جوش شده بیشتر از قطعات نورد شده می‌باشد.

مقدار تنش پس ماند تابعی از ضخامت است و مثلاً با افزایش ضخامت تسمه، تنش پس ماند آن افزایش می‌یابد.

تنش پس ماند حرارتی تقریباً در همهٔ طول قطعه وجود دارد، منتهی در دو انتهای آن طبعاً برابر با صفر بوده، ولی به سرعت در فاصلهٔ کمی از دو انتها شدت آن به مقدار حداکثر می‌رسد.

به دلیل تفاوت در تنشهای پس ماند، در دو ستون I شکل و قوطی شکل با ضریب لاغری یکسان، استحکام ستونی که از نیمرخ قوطی شکل ساخته شده باشد، بیشتر است ($\square > I$).

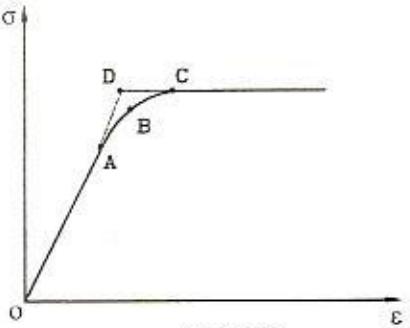
تنش پس ماند در لبه‌های نیمرخ I شکل فشاری است و در لبه‌های نیمرخ قوطی شکل کششی می‌باشد.



شکل ۳ـ۲

وجود تنش پس ماند موجب می‌شود که منحنی ایده‌آل تنش ـ کرنش کمی تغییر کند. اگر در یک تسمه تنش پس ماند وجود نداشته باشد، تغییرات تنش با کرنش برطبق خط OAD *صورت می‌گیرد (شکل ۴ـ۲). لذا دیده می‌شود که وجود تنش پس ماند سبب تغییر تنش تسلیم فولاد نمی‌گردد، ولی باعث می‌شود که حَد خطی فولاد که برای فولاد شکل (۴ـ۲) نقطه* D *بوده*

است به نقطهٔ A تنزل یابد و از طرف دیگر کرنش مربوط به تنش تسلیم فولاد از کرنش مربوط به نقطهٔ D به نقطه C افزایش یابد و در واقع گوشه تیز حالت قوسی به خود بگیرد.



شکل ۴ـ۲

تنشهای مجاز

روش طراحی قطعات کششی بر مقاومت نهایی آنها استوار است. بدین ترتیب که دو نوع احتمال خرابی زیر در نظر گرفته می‌شوند:

۱ـ ازدیاد طول زیاده از حد قطعه تحت اثر بارگذاری قطعه که برای جلوگیری از این خرابی باید داشت:

$$(f_t)_g \leq (F_t)_g$$

۲ـ گسیختگی قطعه که برای جلوگیری از این خرابی باید داشت :

$$(f_t)_e \leq (F_t)_e$$

$(F_t)_g$ و $(F_t)_e$ به ترتیب تنش کششی مجاز در سطح مقطع کلی و مؤثر و $(f_t)_g$ و $(f_t)_e$ نیز به ترتیب تنش کششی موجود در سطح مقطع کلی و مؤثر می‌باشند.

در توضیح خرابی نوع ۱ باید گفت که: $(f_t)_g = \frac{T}{Ag} \leq (F_t)_g = ۰/۶۰F_y$

پس فرمول شمارهٔ ۱ به صورت روبه رو در می‌آید: $\frac{T}{Ag} \leq ۰/۶۰F_y$

به قسمی که: T = نیروی کششی موجود در عضو

Ag = سطح مقطع کلی

F_y = تنش تسلیم

و فرمول شمارهٔ ۲ به صورت روبه رو در می‌آید: $\frac{T}{A_e} \leq ۰/۵F_u$

به قسمی که: T = نیروی کششی موجود در عضو

Ae = سطح مقطع مؤثر

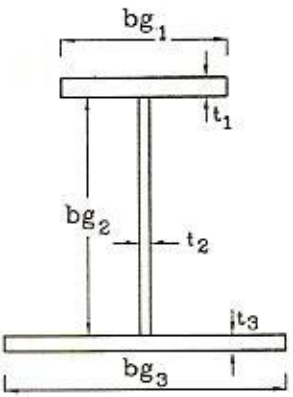
$$T = (0.6F_Y A_g \cdot 0.5F_u A_e)_{min}$$ F_u = تنش نهایی

به عبارت بهتر:

T = نیروی کششی مجاز (حداکثر نیروی کششی که مجاز است به قطعه وارد شود).

سطح مقطع کل (A_g)

عبارت است از حاصل ضرب پهنای ورق‌های مختلف تشکیل دهندهٔ مقطع در ضخامت هر ورق.



شکل ۵ـ۲

$$A_g = \sum_{i=1}^{n} b_{gi}\, t_i$$

$$Ag = b_{g1} \times t_1 + b_{g2} \times t_2 + b_{g3} \times t_3$$

در رابطه فوق:

A_g = سطح مقطع کلی

b_{gi} = پهنای جزء مورد نظر مقطع

t_i = ضخامت جزء مورد نظر مقطع

سطح مقطع خالص A_n

سطح مقطع خالص یک نیمرخ حاصل تفریق اثر سوراخهای ایجاد شده در عضو از مقطع کلی می‌باشد و در حالت کلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A_n = \Sigma\, b_{ni}\, t_i$$

که در آن:

A_n = سطح مقطع خالص

t_i = ضخامت جزء مورد نظر مقطع

b_{ni} = پهنای جزء مورد نظر مقطع منهای قطر سوراخها = b - nD

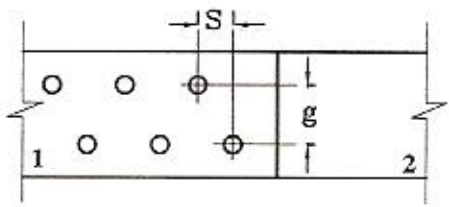
در موارد عملی، در محاسبه b_{ni} ،قطر سوراخها را ۱/۵ میلی‌متر بیشتر در نظر می‌گیرند تا از لبه‌های ترک‌دار یا له شدهٔ سوراخها صرف‌نظر شود.

$$b_{ni} = \begin{cases} \text{برای اعضای دارای یک ردیف سوراخ} & b_{gi} - \sum_{i=1}^{n} (D_i + 1/5\text{mm}) \\ \text{برای اعضای دارای چند ردیف سوراخ} & [\, b_{gi} - \sum_{i=1}^{n} (D_i + 1/5\text{mm}) \,] + \sum_{i=1}^{n} \frac{S_i^2}{4g_i} \end{cases}$$

t_i = ضخامت جزء مورد نظر مقطع

D_i = قطر هر یک از سوراخهایی که مقطع مورد نظر از آنها عبور می‌کند.

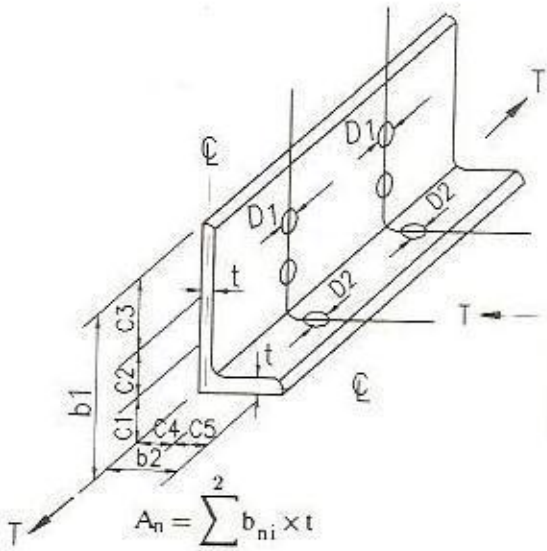
قطر محاسباتی سوراخها = $D_i + 1/5$ mm

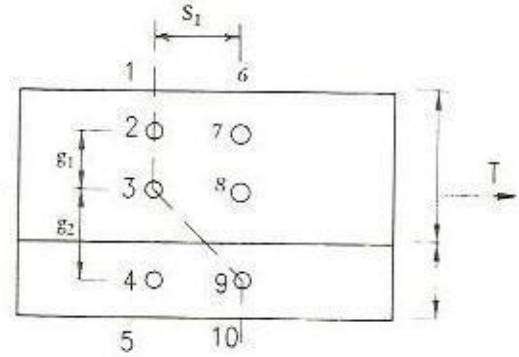


شکل ۶ـ۲ . اتصال دو قطعه به یکدیگر

هر گاه سوراخهای یک قطعه کششی متشکل از یک نبشی روی دو ساق آن قرار گرفته باشد، برای تعیین مقدار g در ترم $\frac{s^2}{4g}$ می‌باید به مانند آنچه در شکل (۶ـ۲) نشان داده شده است، فاصلهٔ بین مراکز دو سوراخ در روی میانتار نبشی اندازه گرفته شود، بدین ترتیب مقدار g در نبشی برابر با مقدار زیر خواهد بود:

$$g = g_a - \frac{t}{2} + g_b - \frac{t}{2} = g_a + g_b - t$$





$$A_n = \sum_{i=1}^{2} b_{ni} \times t$$

برای مسیر 10-9-3-2-1 داریم:

$$\sum b_{ni} = \left\{ \left[b_1 - 2(D_1 + 1.5\,mm) \right] + \left[b_2 - t - 1(D_2 + 1.5) \right] + \frac{S_1^2}{4g_2} \right\}$$

$$g_2 = C_1 + C_4 - 2 \times \frac{t}{2}$$

که در آن:

سطح مقطع مؤثر (Ae)

سطح مقطع مؤثر خالص برای اعضای کششی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

۱ ـ چنانچه بار به‌وسیلهٔ پیچ یا پرچ یا جوش مستقیماً به‌کلیهٔ اجزای مقطع منتقل گردد، سطح مقطع خالص مؤثر A_e برابر سطح مقطع خالص A_n می‌باشد.

۲ ـ چنانچه بار کششی به‌وسیلهٔ پیچ یا پرچ یا جوش توسط قسمتی از اجزای مقطع (و نه تمام آن) منتقل گردد، سطح مقطع مؤثر A_e به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$A_e = AU$$

که در آن:

U = ضریب کاهش طبق رابطهٔ

$$U = 1 - \bar{x}/L \leq 0.9$$

$\bar{x}$ = برون‌محوری اتصال

L= طول اتصال در امتداد نیرو

در صورت آزمایش و یا اثبات به‌طریق منطقی، می‌توان از U بزرگتری استفاده نمود.

A= طبق تعاریف زیر:

الف: وقتی که بارکششی توسط پیچ یا پرچ منتقل گردد:

$A=A_n$

= سطح مقطع خالص عضو

ب: وقتی که بارکششی فقط توسط جوش طولی به‌عضوی غیر از ورق و یا جوش طولی در ترکیب با جوش عرضی منتقل گردد:

$A=A_g$

= سطح مقطع کلی عضو

پ: وقتی که بارکششی فقط توسط جوش عرضی منتقل گردد:

A= سطح مقطع عضوی که به‌طور مستقیم اتصال یافته

U=1.0

ت: چنانچه انتقال بار به‌ورق، به‌وسیلهٔ دو خط جوش طولی در امتداد دو لبه در انتهای ورق انجام شود، برای $l \geq w$ داریم:

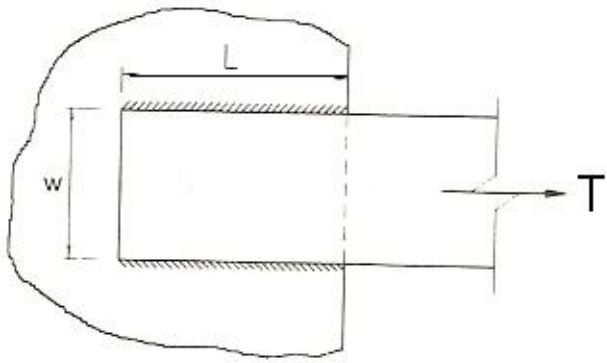
A= سطح مقطع ورق

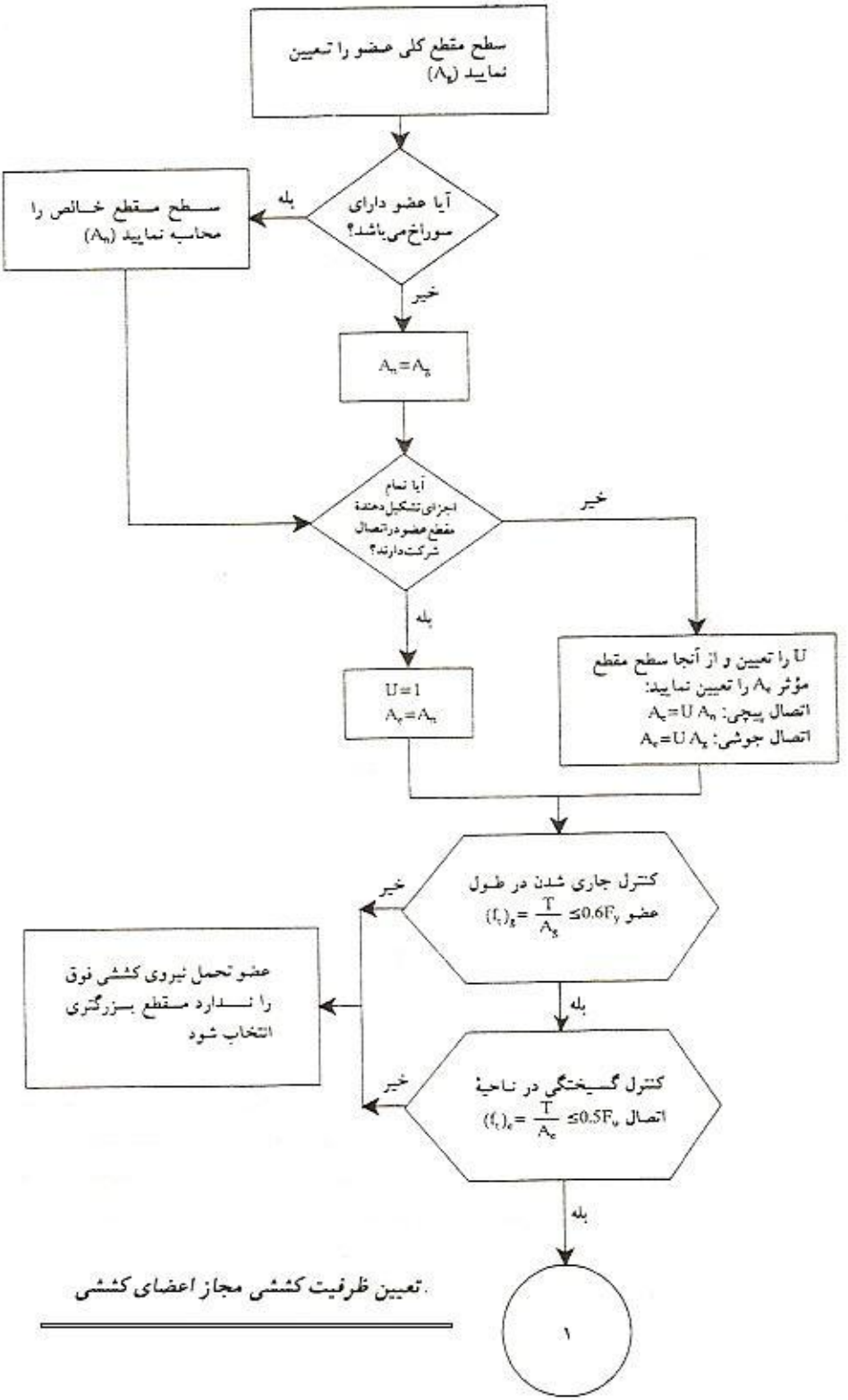
و:

$l>2w$ ..... U=1.0

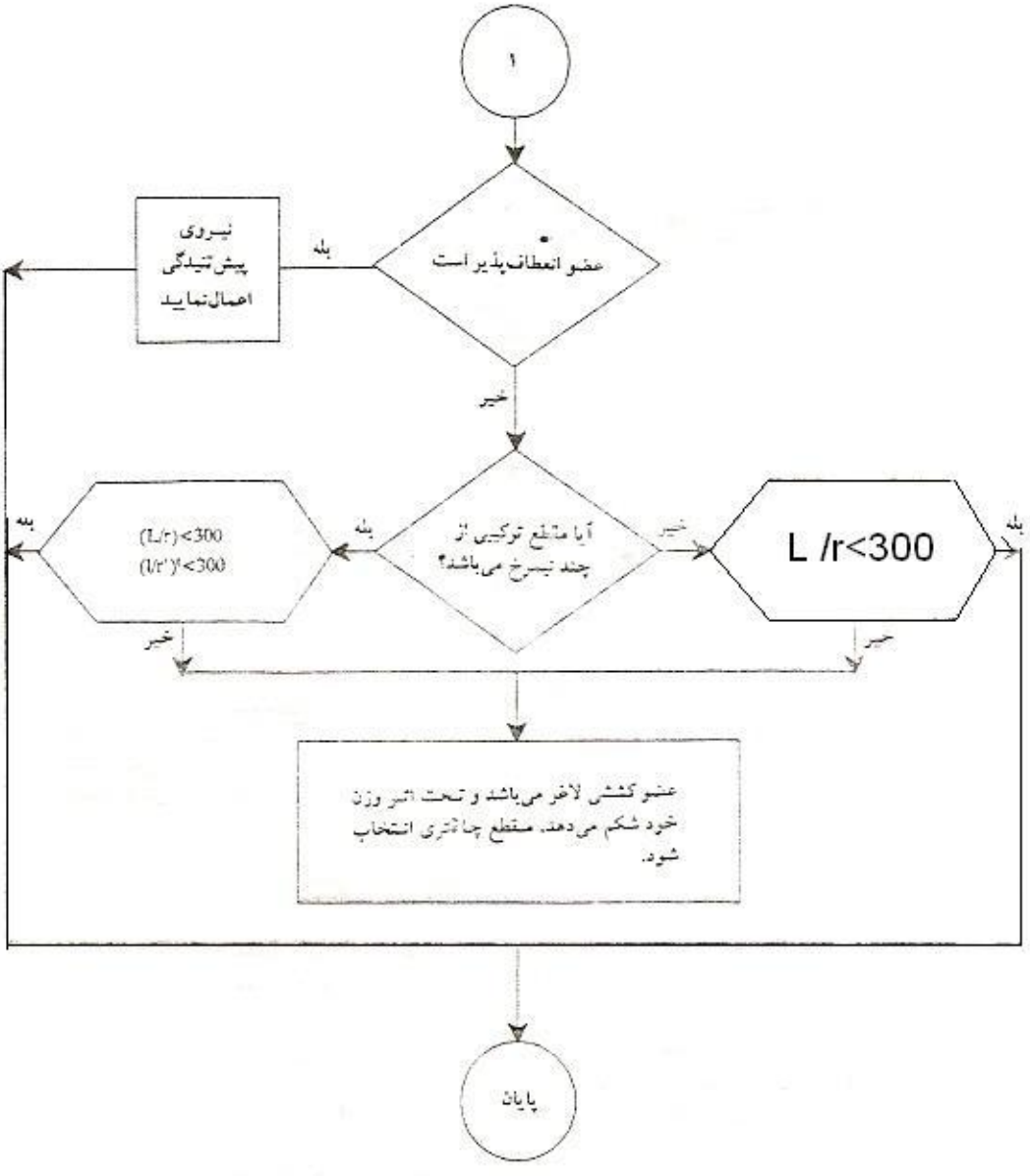
$2w>l>1.5w$ ..... U=0.87

$1.5w>l>w$ ..... U=0.75





تعیین ظرفیت کششی مجاز اعضای کششی



* اعضا انعطاف‌پذیر به‌اعضایی اطلاق می‌شود که سختی خمشی فوق‌العاده کمی دارند و تحت وزن خود شکم می‌دهند مانند کابلها، میلگردها و مفتولها.

وقتی این اعضاء به‌عنوان عضو کششی در نظر گرفته می‌شوند باید جهت جلوگیری از شکم دادن آنها نیروی پیش‌تنیدگی در حدود ۳۰۰ تا ۴۰۰ کیلوگرم بر سانتیمتر مربع در آنها وجود داشته باشد. برای این منظور استفاده از بستهای دو پیچ یا وسایل مشابه متداول می‌باشد.

؛(l/r') عبارت است از لاغری تک‌پایه حداقل هر عضو از مقطع مرکب بین دو بست متوالی.

ـ کنترل لاغری اعضای کششی

مثال

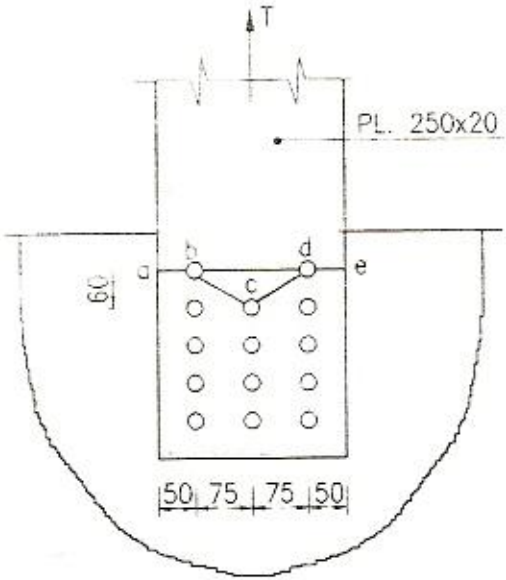
نیروی کششی مجاز را با توجه به‌شکل و مشخصات داده شده به‌دست آورید.

مشخصات فولاد مصرفی: $F_y=2400\ kg/cm^2$

$F_u=3600\ kg/cm^2$

قطر پیچها 20mm می‌باشد

$\begin{cases} b=25\ cm \\ t=2.0\ cm \end{cases}$



حل:

با توجه به‌اینکه سوراخها استاندارد می‌باشند قطر این سوراخها را با توجه به‌جدول ۵ قسمت ۱۰ ـ ۱ ـ ۷ ـ ۳ آیین‌نامه به‌دست خواهیم آورد. فرض می‌کنیم سوراخها پانچ شده باشند.

تعیین تنش مجاز کششی:

قطر سوراخ استاندارد $=20+1.5+1.5=23$

سطح مقطع کلی $A_g=25\times2=50\ cm^2$

1) $F_t=0.6F_y=0.6\times2400=1440\ kg/cm^2$ روی سطح مقطع کلی

2) $F_t=0.5F_u=0.5\times3600=1800\ kg/cm^2$ روی سطح مقطع مؤثر

سطح مقطع خالص عبارت است از مقدار کوچکتر به‌دست آمده از دو مسیر زیر:

۱ ـ مسیر «abde»

$$A_n=t\times(b-n\times D)$$

که در آن n تعداد سوراخها در مسیر موردنظر و D قطر سوراخ می‌باشد.

$$A_n=2\times(25-2\times2.3)=40.8\ cm^2$$

۲ ـ مسیر «abcde»

$$A_n=t\times(b-n\times D+m\frac{S^2}{4g})$$ به‌قسمت ۱۰ ـ ۱ ـ ۱ ـ ۱۱ ـ ب آیین‌نامه مراجعه شود.

S= فاصلهٔ دو پیچ در امتداد اعمال نیرو

g= فاصلهٔ دو پیچ در امتداد عمود بر اعمال نیرو

m= تعداد خطوط مورب

$$A_n=2(25-3\times2.3+2\times\frac{6.0^2}{4\times7.5})=41.0\ cm^2$$

سطح مقطع خالص نباید از ۸۵٪ سطح مقطع کلی بیشتر در نظر گرفته شود. (۱۰ـ۱ـ۱ـ۱۱ـپ)

$$0.85A_g=0.85\times50=42.5>40.8\ cm^2 \quad O.K.$$

نیروی کششی مجاز ورق فوق مقدار کوچکتر به‌دست آمده از دو رابطهٔ زیر می‌باشد:

1) $P_{مجاز}=A_g\times0.6F_y=50\times0.6\times2400=72000\ kg=72\ ton$

2) $P_{مجاز}=A_n\times0.5F_u=40.8\times0.5\times3600=73440\ kg=73.44\ ton$

پس نیروی کشش مجاز $P_{مجاز}=72ton$ خواهد بود.

با فرض آنکه ظرفیت مقطع 72ton باشد، این امکان وجود دارد که مقطع روی خط «C» پس از کم کردن سه سوراخ از آن مقاومت کششی ورق را کنترل نماید. اگر برشی را که دو پیچ اولیه حمل می‌کنند از ظرفیت کل کم نماییم باقیماندهٔ بار عبارت خواهد بود از:

$$\frac{12}{14}\times72=61.71\ ton$$

سطح مقطع خالص روی خط C عبارت است از:

$$A_n=t\times(b-n\times D)=2.0(25-3\times2.3)=36.2\ cm^2$$

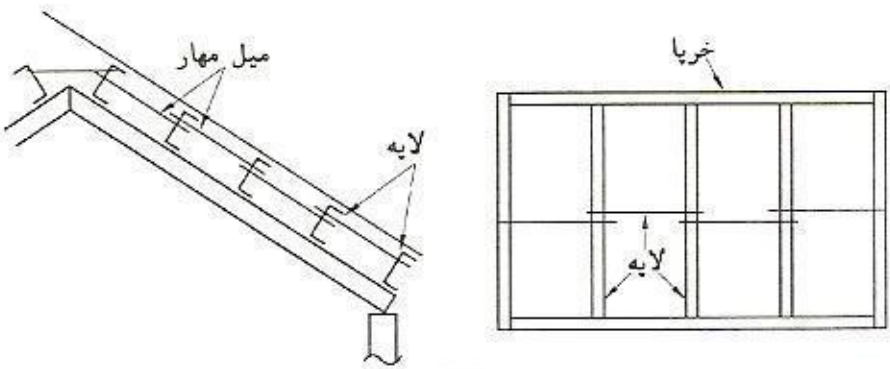
پس ظرفیت مقطع روی خط C عبارت است از:

$P_{مجاز}\ A_n\times0.5F_u=36.2\times0.5\times3600\times10^{-3}=65.16\ ton>61.71\ ton$ O.K.

میلگردهای کششی (Sag Rods)

مطابق آنچه که در شکل زیر مشاهده می‌شود در سقف سازه‌های صنعتی بر روی دو خرپای طرفین، لاپه‌هایی به طور موازی، قرار می‌گیرند. لاپه‌ها معمولاً ناودانی یا پروفیل z هستند. از آنجا که معمولاً فاصله بین دو خرپا زیاد است برای اقتصادی‌تر و کوچکتر شدن پروفیل لاپه‌ها، آنها را به وسیلهٔ میلگردهای کششی به یکدیگر وصل می‌کنیم. نام دیگر میلگرد کششی، میل مهار می‌باشد.

هر گاه که از میل مهارها در بادبندهای افقی، جانبی و یا عمودی ساختمانها و برجها استفاده شود، عموماً به این قطعات، کشش اولیه‌ای اعمال می‌کنند تا از خمش زیاده از حد این نوع قطعات که دارای سختی خمشی ناچیزی هستند، جلوگیری کنند. با یک چنین تمهیدی از حرکات نوسانی بنا که احتمالاً خرابی ناشی از خستگی را به دنبال دارد، جلوگیری می‌کنند.



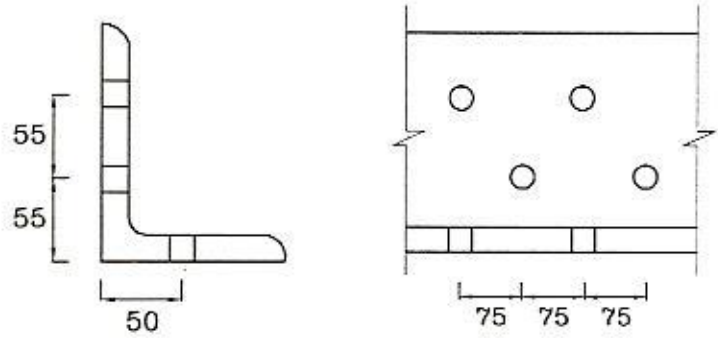
شکل (۱۰-۲) لاپه در ساختمان صنعتی

کنترل صلبیت خمشی قطعات کششی

هر چند که در طرح و محاسبهٔ قطعات کششی مسألهٔ پایداری دخالتی ندارد، ولی لازم است که طول قطعات کششی را به منظور جلوگیری از تغییر شکل خمشی زیاده از حد آنان به طریقی محدود کرد. در غیر این صورت این‌گونه قطعات تحت اثر وزن خود تغییر شکل خمشی قابل توجهی داده همین عامل سبب لرزش و نوسان در سازه‌ای می‌شود که تحت اثر بارهای جانبی حاصل از باد و یا دستگاههای نوسان‌دار قرار دارد، پس داریم که باید:

$$\frac{KL}{r} = \lambda \leq ۳۰۰$$

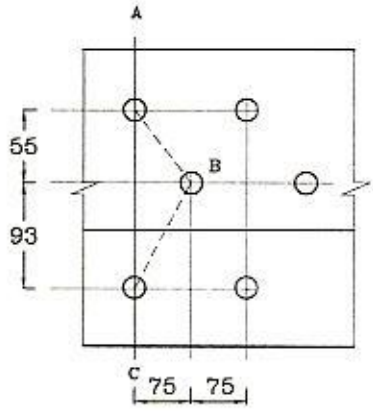
مثال مطلوب است تعیین سطح مقطع خالص A_n برای نبشی ۱۲×۹۰×۱۵۰، قطرسوراخها ۲۴ میلی‌متر، در تعبیه سوراخها از روش سوراخزنی استفاده شده است.



حل:

$$A_n = A_g - Dt + \frac{s^2}{4g}$$

که در رابطهٔ فوق D قطر محاسباتی سوراخ می‌باشد.



نبشی باز شده

مسیر A - C :

سطح مقطع نبشی = ۲۷/۵ cm^2

$۲۷/۵ - ۲ (۲/۴ + ۰/۱۵) \times ۱/۲ = ۲۱/۸۸ cm^2$

مسیر A - B - C :

$$۲۷/۵ - ۳ (۲/۴ + ۰/۱۵) ۱/۲ + [\frac{۷/۵^2}{۴\times۵/۵} + \frac{۷/۵^2}{۴\times۹/۳}] \times ۱/۲ = ۲۳/۲۰ cm^2$$

$\Rightarrow A_n = ۲۱/۸۸ cm^2$ مسیر بحرانی A - C است:

حداکثر نیروی کششی که مجاز است به نبشی وارد شود.

$F_u = ۳۷۰۰ kg/cm^2$ $F_y = ۲۳۳۳ kg/cm^2$

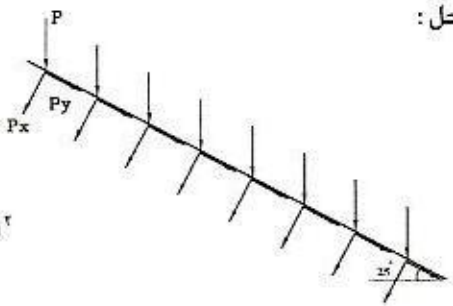
$T \leq ۰/۶ F_y A_g = ۰/۶ \times ۲۳۳۳ \times ۲۷/۵ = ۳۸۴۹۵ kg$

$T \leq ۰/۵ F_u A_e = ۰/۵ \times ۳۷۰۰ \times ۲۳/۲۰ = ۴۲۹۲۰ kg$

$\Rightarrow T = ۳۸۴۹۵ kg$ کمترین دو مقدار بالا:

مثال هرگاه با توجه به شکل (۱۰ـ۲) طول یک سمت شیبدار سقف برابر با ۷/۵m و زاویه شیب سقف برابر با ۲۵° باشد، مطلوب است طرح میل مهار لاپه‌ها، وزن پوشش سقف برابر با ۱۵ kg/m^2 و وزن لاپه‌ها را برابر با ۱۷/۵ kg/m^2 بگیرید. منطقه‌ای که این ساختمان صنعتی در آن منطقه واقع شده است دارای برفی معادل با ۲۰۰ kg/m^2 است. فاصله دو خر پا را ۴/۵m بگیرید.

حل :



وزن پوشش = ۱۵ kg/m^2

وزن لاپه‌ها = ۱۷/۵ kg/m^2

بار برف روی سطح شیبدار = ۲۰۰ $\cos ۲۵° = ۱۸۱ kg/m^2$

$P = ۱۵ + ۱۷/۵ + ۱۸۱ = ۲۱۳/۵ kg/m^2$

بار P مطابق شکل قابل تجزیه به دو بار P_x و P_y می‌باشد که بار P_y در راستای میل مهار لاپه بوده و توسط میل مهار لاپه که به منزله تکیه‌گاه میانی برای لاپه است تحمل خواهد شد، لذا خواهیم داشت:

$P_y = P \sin ۲۵ = ۲۱۳/۵ \times \sin (۲۵°) = ۹۰/۲ kg/m^2$

بار حداکثر در میل مهار لاپه = $(\frac{۴/۵}{۲} \times ۷/۵) \times ۹۰/۲ kg/m^2$

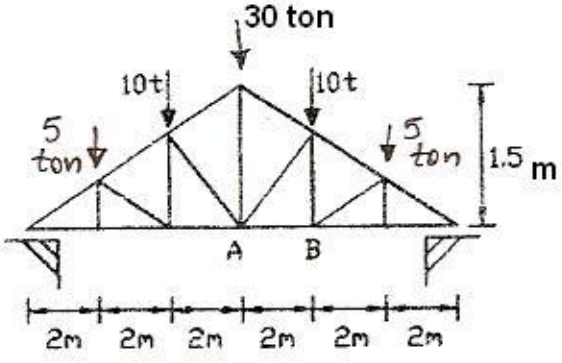
$F_t = ۰/۳۳ \times ۳۷۰۰ = ۱۲۲۰ kg/m^2$

$A_D \geq \frac{T}{F_t} = \frac{۱۵۲۳}{۱۲۲۰} = ۱/۲۵ cm^2$ $D = ۱۴ mm$ $A_D = ۱/۵۴ cm^2$

نمونه سؤالات مبحث کشش

عضو کششی AB از خرپای شکل را از یک مقطع قوطی شکل با ضخامت ۱cm طراحی کنید. (آیا مقطع بدست آمده قابل قبول است)؟

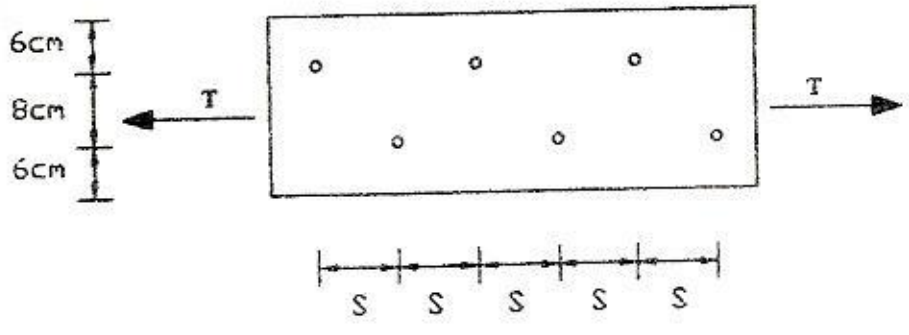
$F_y = 2400\ Kg/cm^2$, $E = 2.05\times10^6\ Kg/cm^2$



منحنی بین نیروی کششی مجاز و فاصلهٔ افقی S برای ورق اتصال شکل چه می‌باشد؟ (توابع مربوط به این منحنی را پیدا کنید).

$F_y = 2400\ Kg/cm^2$, $Fu = 3600\ kg/cm^2$

$D = 23mm$ قطر محاسباتی $t = 20mm$ ضخامت ورق

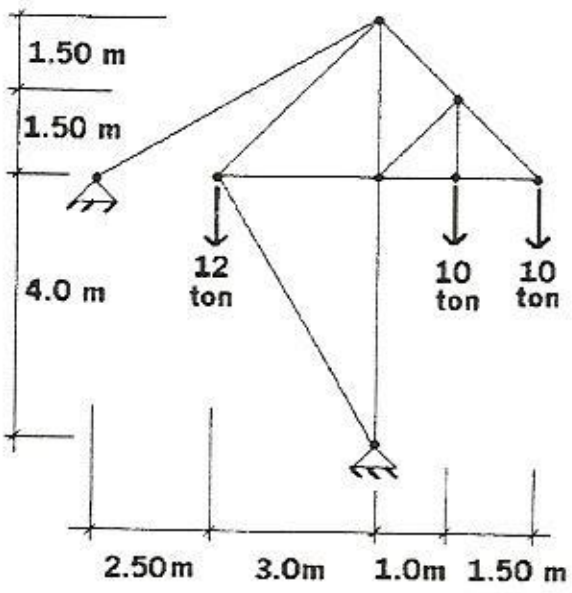


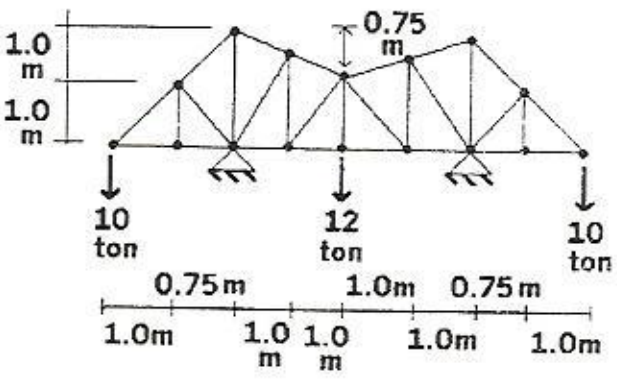
حداکثر طول مجاز عضو کششی شکل چقدر است؟

نمونه سؤالات مبحث کشش

کلیه اعضاء کششی خرپا های زیر را از زوج نبشی به هم چسبیده طراحی کنید. (اتصالات، بوسیله جوش ایجاد میشود.)

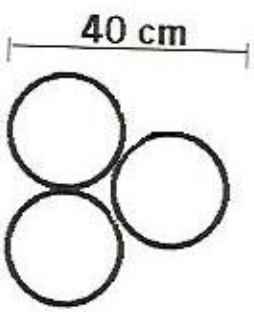
فولاد مصرفی : Fy=2400 kg/cm2





نیروی کششی مجاز مقطع ستونی شکل را تحت شرایط زیر بیابید.

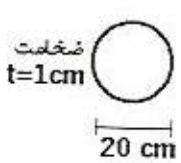
(Fy =2400 kg/cm2 ; E =2.10*10^{6} kg/cm2)



مقطع ستون

طول موثر ستون : KL =400cm

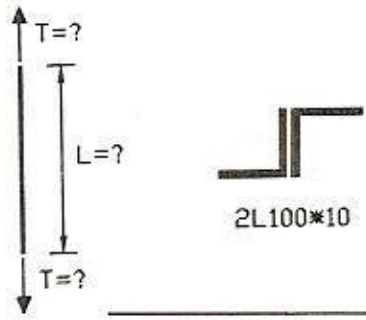
مقطع ستون :



(توضیح اینکه اجزا به یکدیگر متصل می باشند.)

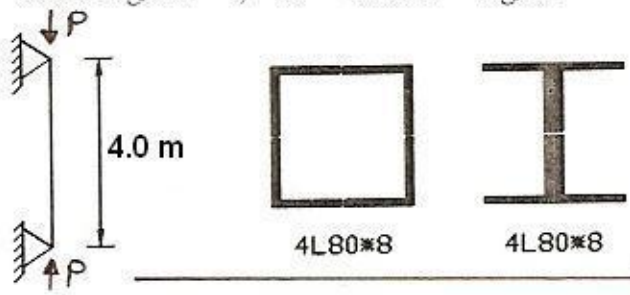
نمونه سؤالات مبحث کشش

مطلوب است تعیین حداکثر طول و نیروی کششی مجاز (فولاد مصرفی از نوع معمولی با تنش تسلیم $2400\ Kg/cm^2$ می‌باشد.)



برای مقاطع شکل زیر نیروی کششی مجاز را پیدا کرده و با یکدیگر مقایسه نمایید.

$F_y = 2400\ Kg/cm^2$, $E = 2.1\times10^6\ Kg/cm^2$



نیروی کششی مجاز ورق شکل زیررا بیابید .

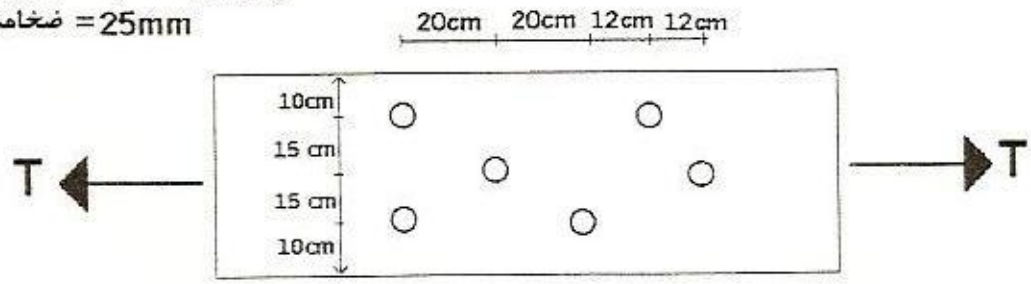
$E = 2.10*10^6\ kg/cm2$

$Fy = 2400\ kg/cm2$

$F_U = 3600\ kg/cm2$

قطرمحاسباتی سوراخ‌ها $= 25mm$

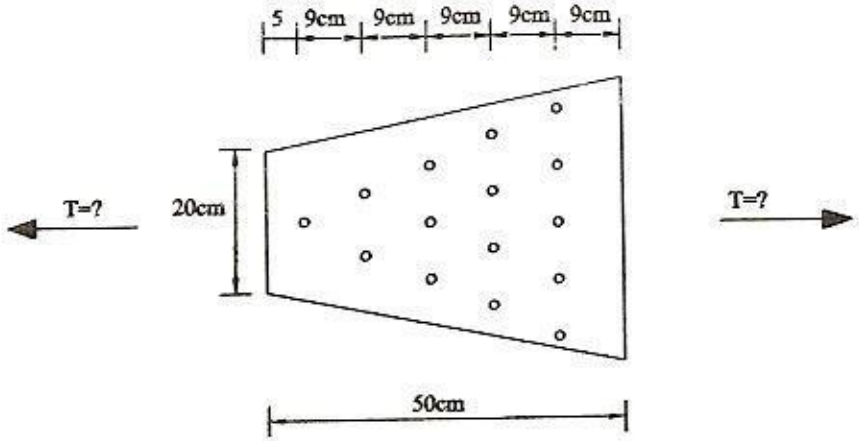
ضخامت ورق $= 25mm$



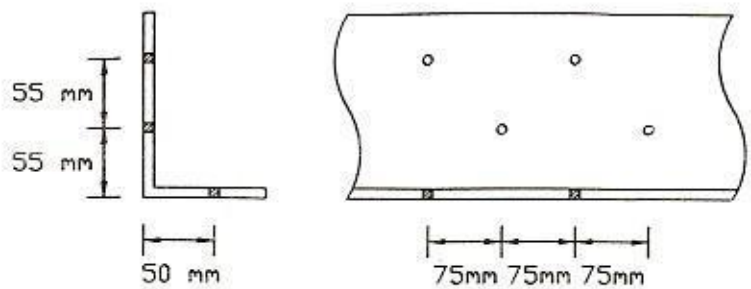
نمونه سؤالات مبحث کشش

حداکثر نیروی کششی مجاز ورق اتصال شکل چقدر است؟(توضیح اینکه قطر محاسباتی سوراخها 23 mm بوده و فواصل مراکز سوراخها در هر امتداد قائم و همچنین فاصلهٔ لبه ورق تا مرکز سوراخ در هر امتداد قائم با یکدیگر مساوی است.)

$F_y = 2800\ Kg/cm^2$, $E = 2.05\times10^6\ Kg/cm^2$



مطلوب است تعیین A_n برای نبشی $12 \times 90 \times 150$. (قطر محاسباتی سوراخها 25.5 mm می‌باشد.)



جواب : $A_n = 21.38\ cm^2$

فصل سوم

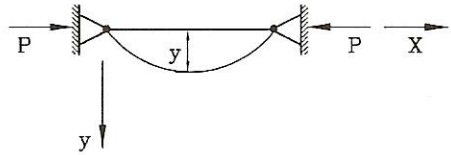
ستونها

مقدمه

کلیات: ستونها قطعاتی هستند که تحت اثر نیروی محوری فشاری قرار دارند. هرگاه بارهای وارده به نوعی باشد که بتوان از دوران انتهای قطعه صرف‌نظر کرد و یا اینکه بارهای وارده که از طریق تیرهای متصل به ستون وارد می‌شوند وضعیت متقارن داشته باشند به نحوی که لنگر خمشی انتهای ستون نسبت به نیروی فشار محوری بسیار اندک باشد می‌توان این قطعه را با اطمینان کامل به مانند ستونی با نیروی محوری تنها طراحی کرد.

کمانش ارتجاعی اولر

نظریه و بحث کمانش ارتجاعی نخستین بار در سال ۱۷۵۹ توسط اولر مطرح شده است. قطعه‌ای را مطابق شکل تحت اثر بار محوری P در نظر بگیرید.



. تغییر شکل ارتجاعی ستون

مطابق فرض خمش ساده داریم:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}$$

جزء y'^2 در مخرج ناچیز است بنابراین با توجه به جهت محور y داریم: $-EIy'' = M = py$

$$EIy'' + py = 0$$

$$y'' + \frac{p}{EI} y = 0$$

حل این معادلهٔ دیفرانسیل با فرض $k^2 = \frac{P}{EI}$ به صورت $y = A \sin kx + B \cos kx$ خواهد بود. با

اعمال شرایط مرزی خواهیم داشت: $k = \frac{n\pi}{l} \longrightarrow p = \frac{n^2\pi^2}{l^2} EI$

معمولاً مد کمانش اول نظیر $n = 1$ به عنوان بار کمانشی اولر در نظر گرفته می‌شود و داریم:

$$p_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

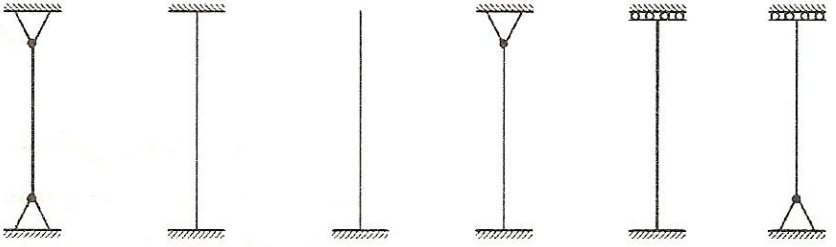
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(\frac{l}{r})^2}$$

که r شعاع ژیراسیون مقطع خواهد بود. نظیر حالت دو سر مفصل برای سایر شرایط مرزی می‌توان نوشت:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(\frac{k\,l}{r})^2}$$

که فاکتور k معرف وضعیت شرایط تکیه گاهی است.

برخی شرایط تکیه گاهی و ضریب k متناظر با آنها در شکل زیر نشان داده شده است:



تئوری	k=1	k=0.5	k=2	k=0.7	k=1	k⩾2
آیین نامه	k=1	k=0.65	k=2.10	k=0.8	k=1.20	k⩾2

ضریب k متناظر با شرایط مختلف تکیه گاهی

فاکتور k ضریب طول مؤثر، kl طول مؤثر و kl/r ضریب لاغری نامیده می‌شود.

فرمول اولر تا مدتها توسط طراحان به کار گرفته نمی‌شد چرا که آزمایشها نشان می‌داد که ستونهای با طول متعارف مقاومتی کمتر از بار کمانشی اولر از خود نشان می‌دادند. به تدریج مشخص شد که فرمول اولر یا کمانش ارتجاعی فقط برای مقادیر ضریب لاغری $\frac{kl}{r}$ بزرگ صادق است چرا که تنها در این محدودهٔ خاص است که کمانش از نوع ارتجاعی است. برای مقادیر کمتر $\frac{kl}{r}$ کمانش از نوع غیرارتجاعی خواهد بود.

کمانش غیرارتجاعی شانلی

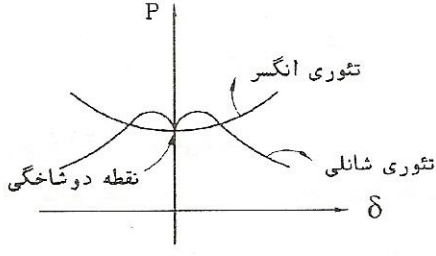
چنانکه در قسمت قبل ذکر شد کمانش و رفتار ستون در دو محدودهٔ ارتجاعی و غیرارتجاعی کاملاً متفاوت است. در محدودهٔ کمانش ارتجاعی فرمول اولر برقرار است ولی در محدودهٔ کمانش غیرارتجاعی

فرمول اولر برقرار نخواهد بود. علت این امر آن است که وقتی ستون وارد حالت غیرارتجاعی می‌شود مقدار E ثابت نخواهد بود در نتیجه با کاهش E مقدار بار کمانش ستون نیز کمتر می‌شود.

کمانش غیرارتجاعی نخستین بار توسط انگسر مطرح شد و بعدها توسط شانلی تکمیل گردید. اساس این نظریه بر تئوری مدول مماسی E_t استوار است که رفتار فیزیکی مقطع را در شرایط غیرارتجاعی تعریف می‌کند. مدول مماسی به صورت :

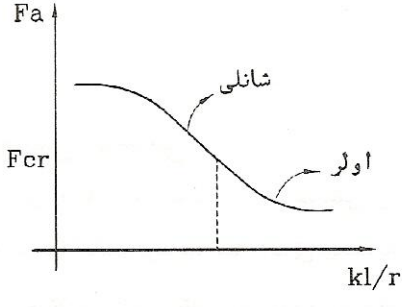
$$E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$$

تعریف می‌شود. شانلی این فرض را تکمیل کرد و اصل کمانش غیرارتجاعی را براساس نظریهٔ مدول دوگانه مطرح نمود. شکل زیر نحوهٔ تعریف و اختلاف این دو تئوری را نمایش می‌دهد.



تئوری شانلی

براساس مطالعات صورت گرفته تا وقتی که تنش در ستون از حد خاصی که F_{cr} نامیده می‌شود کمتر باشد بار کمانش ستون تابع تئوری اولر است ولی پس از این حد تئوری شانلی بر رفتار ستون حاکم خواهد شد.



تغییر رفتار در محدودهٔ کمانش ارتجاعی و غیرارتجاعی

مقدار F_{cr} عموماً تابعی از تنشهای پس ماندی است که در حین ساخت و یا جوشکاری و نصب ستون در آن ایجاد می‌شود. آئین‌نامهٔ AISC و آئین‌نامه ایران تأثیر تنش پس ماند را به صورت محافظه کارانه برابر $0/5F_y$ در نظر می‌گیرند در نتیجه $F_{cr} = \frac{1}{2} F_y$ در نظر گرفته می‌شود. براین اساس می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{2} F_y = \frac{\pi^2 E}{(\frac{kl}{r})^2} \longrightarrow kl/r = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}}$$

این مقدار برای $\frac{kl}{r}$ در اصطلاح c_c نامیده می‌شود: $c_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}}$

به ازای $\frac{kl}{r} > c_c$ کمانش ارتجاعی است و به ازای $\frac{kl}{r} < c_c$ کمانش به صورت غیرارتجاعی خواهد بود.

ضوابط آیین‌نامه‌ای جهت طراحی اعضا فشاری

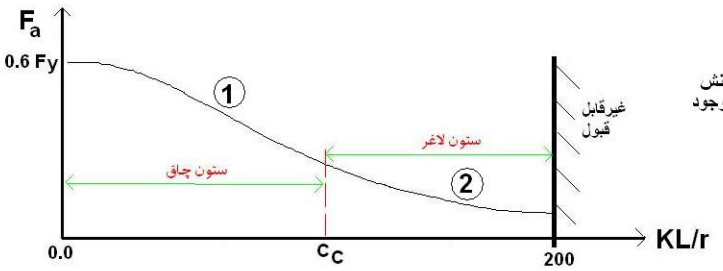
در محدودهٔ کمانش ارتجاعی $\frac{kl}{r} > c_c$ ستون لاغرخواهدبود.عموماً ضریب ایمنی برابر $\frac{23}{12}$

برای بار کمانشی در نظر گرفته شده وتنش مجاز فشاری به صورت زیر نوشته می‌شود:

(برای فولاد نرمه‌معمولی $c_c = 131$) ② $F_{a\ \text{مجاز}}^{\text{تنش}} = \frac{12}{23} \frac{\pi^2 E}{(\frac{kl}{r})^2} \simeq \frac{105 \times 10^5}{(\frac{kl}{r})^2}$

به‌ازای $\frac{kl}{r} \leqslant c_c$ فرمول کمانش غیرارتجاعی شانلی برای ستون های چاق بر قرار است که به صورت زیر نوشته می‌شود: ① $F_{a\ \text{مجاز}}^{\text{تنش}} = [1 - \frac{1}{2}(\frac{kl/r}{c_c})^2] F_y \Big/ (\frac{5}{3} + \frac{3}{8}\frac{kl/r}{c_c} - \frac{1}{8}(\frac{kl/r}{c_c})^3)$

مخرج این‌کسر ضریب ایمنی است که بین $\frac{5}{3}$ تا $\frac{23}{12}$ متغیرخواهد بود و به مقدار $\frac{kl}{r}$ بستگی دارد. از نظر آئین‌نامه‌ای حد بالایی برابر ۲۰۰ برای $\frac{kl}{r}$ در نظرگرفته شده است‌که یک ضابطهٔ خدمت‌پذیری می‌باشد.



$f_{a\ \text{موجود}}^{\text{تنش}} \leqslant F_{a\ \text{مجاز}}^{\text{تنش}}$

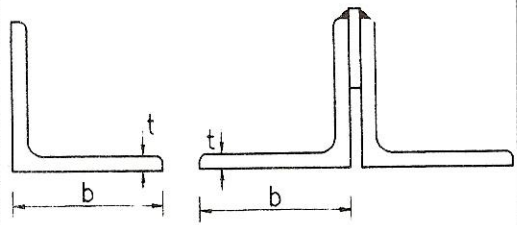
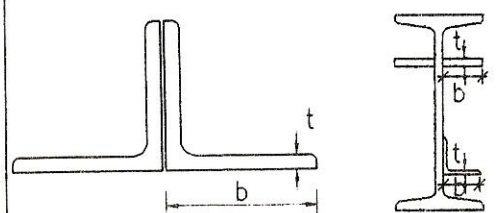
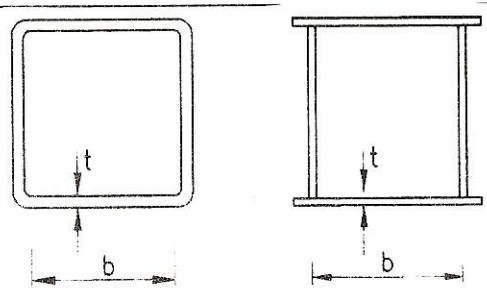
$f_a = \frac{P}{A} \leqslant F_a$

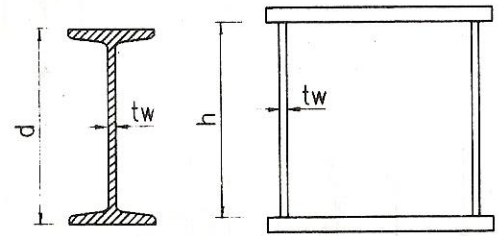
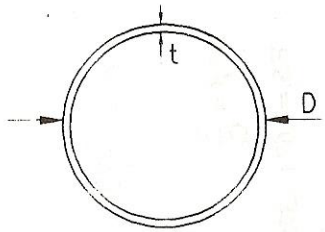
$P \leqslant F_a A$

ضوابط کنترل کمانش موضعی

یکی از شرایط اساسی برای رسیدن یک ستون به بار کمانشی آن است که تسلیم اجزای مختلف مقطع قبل از اینکه کل مقطع به شرایط تسلیم نرسیده است اتفاق نیفتد. به همین خاطر آئین‌نامه‌ها ضوابط خاصی را برای نسبتهای عرض به ضخامت اجزای مقطع تعیین کرده‌اند تا مانع از کمانش موضعی اجزا قبل از تسلیم کلی مقطع شود. مقاطعی که اجزای آنها از نظر نسبت عرض به ضخامت شرایط خاصی را ارضا کنند و در اصطلاح غیر لاغر باشند از نظر کمانش موضعی مشکلی نخواهند داشت. مقاطع نوردیده بجز بعضی از نبشیهای دو بال نامساوی مقاطع لاغر نیستند و غیر فشرده محسوب می‌شوند بنابراین کمانش موضعی در آنها کنترل کننده نخواهد بود ولی ستونهایی که با ورق ساخته می‌شوند ممکن است دچار کمانش موضعی در اجزای خود گردند.

- **تعیین محدودیتهای پهنای آزاد به‌ضخامت در عناصر فشاری** ستونها:

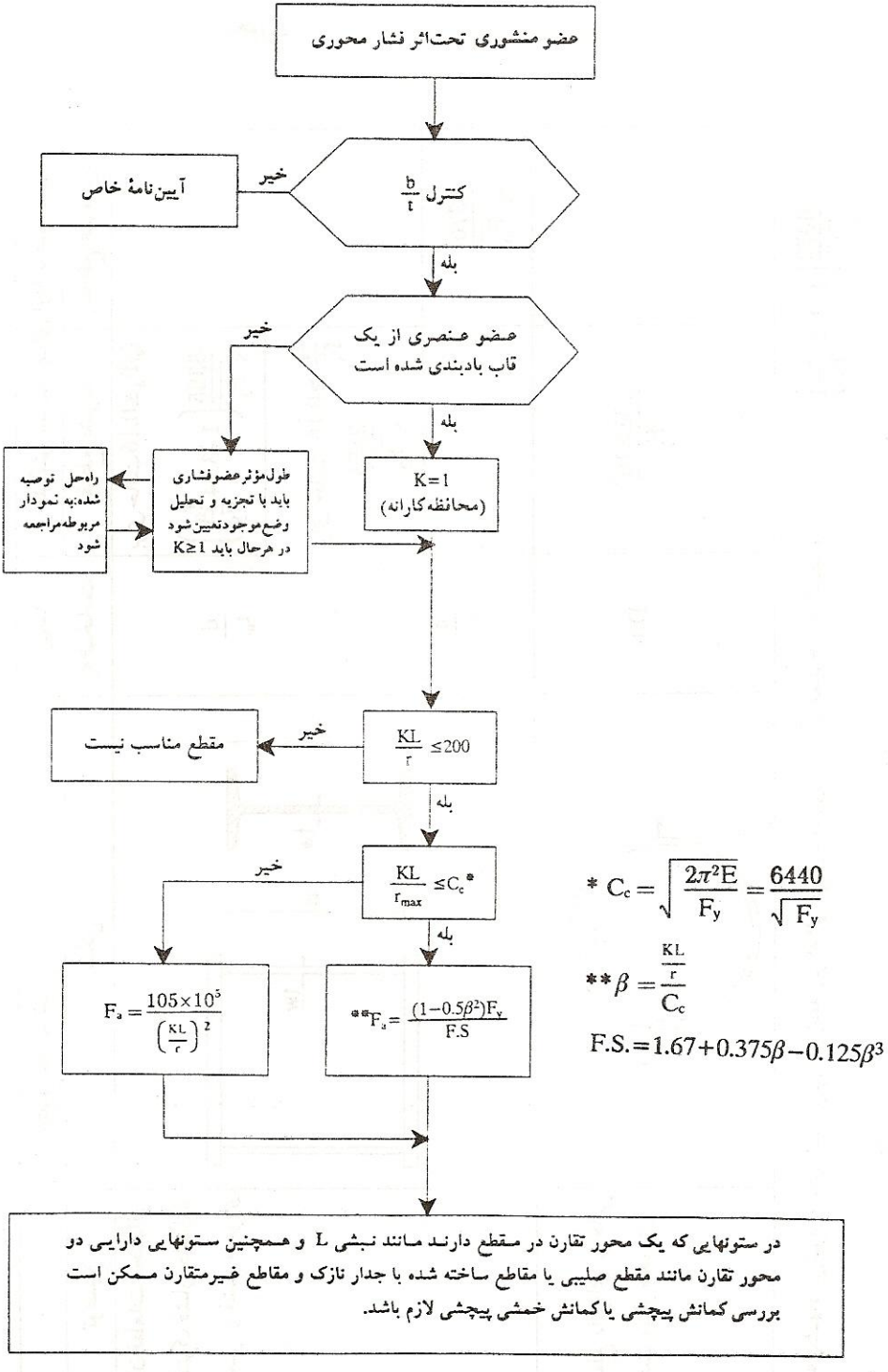
عضو تحت تنش		پهنا	حداکثر نسبت پهنای آزاد به‌ضخامت	
توضیح	شکل	به‌ضخامت	مقاطع فشرده	مقاطع غیرفشرده
عضو فشاری تک‌نبشی یا جفت‌نبشی با اتصال و لقمه‌های بین دو نیمرخ		b/t	کاربرد ندارد	$\frac{635}{\sqrt{F_y}}$
بالهای برجسته درعضو فشاری جفت نبشی در تماس سرتاسری با یکدیگر تسمه‌ها یا نبشیها که به‌طور برجسته بر ستون قرار می‌گیرند		b/t	کاربرد ندارد	$\frac{795}{\sqrt{F_y}}$
بالهای مقطع قوطی شکل (مربع یا مستطیل) با ضخامت ثابت جدار در فشار		b/t	$\frac{1590}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{1995}{\sqrt{F_y}}$

عضو تحت تنش		پهنا	حداکثر نسبت پهنای آزاد به‌ضخامت	
توضیح	شکل	به‌ضخامت	مقاطع فشرده	مقاطع غیرفشرده
جان قطعات تحت‌اثر مشترک فشار حاصل‌از خمش و فشار محوری		$\frac{d}{t_w}$	برای حالت $f_a/F_a \le 0.16$ $\frac{5365}{\sqrt{F_y}}\left(1-3.74\frac{f_a}{F_y}\right)$ برای حالت $\frac{f_a}{F_y} > 0.16$ $\frac{2155}{\sqrt{F_y}}$	
		$\frac{h}{t_w}$		$\frac{6370^*}{\sqrt{F_b}}$
مقطع دایره‌ای توخالی تحت فشار محوری		D/t	$\frac{232\times10^3}{F_y}$	

* پیشنهاد می‌شود به‌جای رابطهٔ مزبور، از رابطهٔ زیر که اثر نیروی محوری نیز در آن مخلوط شده استفاده شود:

$$\frac{6370}{\sqrt{F_b}}\left(1-1.25\frac{f_a}{F_y}\right)$$

f_a= تنش فشاری موجود $\frac{kg}{cm^2}$ f_y= حد جاری‌شدن فولادمصرفی $\frac{kg}{cm^2}$ F_b= تنش مجاز درخمش $\frac{kg}{cm^2}$ D= قطر خارجی لوله



طراحی اعضای فشاری

مثال های حل شده مبحث فشار

مسأله – سبکترین نیمرخ I شکل نورد شده را که بتواند نیروی محوری فشاری P=100 kips = 45 ton را تحمل کند، طرح دهید. این ستون عضوی از یک قاب مهاربندی شده بوده و طول مؤثر آن kL=6.5 m است.

الف) از فولاد A36 (St 37) استفاده شود. $F_y = 36ksi = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

ب) از فولادی با $F_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}$ استفاده شود.

حل)

این ستون را با دو نیمرخ، یکی از نوع INP و دیگری از نوع IPB طرح داده و وزن آنها با هم مقایسه می‌شود. هرکدام سبکتر باشد از نظر اقتصادی مناسبتر می‌باشد.

الف) ابتدا نیمرخ INP استفاده می‌شود :

فرض می‌شود تنش مجاز محوری ستون $F_a=900 \frac{kg}{cm^2}$ باشد.

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{45\times10^3}{900} = 50\ cm^2 \Rightarrow INP26\ ,\ A = 53.3\ cm^2$$

$$\lambda_{max} = \lambda_y = \frac{k.L}{r_y} = \frac{650}{2.32} = 280 > 200 \quad N.G.$$

مقطعی انتخاب می‌شود که شعاع ژیراسیون می‌نیمم آن مقدار زیر را داشته باشد.

$$r \geq \frac{kL}{\lambda} = \frac{650}{200} = 3.25\ cm$$

با مراجعه به جدول نیمرخ INP42.5 انتخاب می‌شود.

$$\lambda_{max} = \frac{kL}{r_y} = \frac{650}{3.30} = 197 \Rightarrow F_a = 271 \quad \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45\times10^3}{132} = 341 \frac{kg}{cm^2} > F_a = 271 \frac{kg}{cm^2} \quad N.G.$$

نیمرخ INP45 کنترل می‌شود :

$$\lambda_{max} = \frac{kL}{r_y} = \frac{650}{3.43} = 189.5 \Rightarrow F_a = 292.5 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45\times10^3}{147} = 306 \ \frac{kg}{cm^2} > F_a \qquad N.G$$

نیمرخ INP47.5 کنترل می‌شود :

$$\lambda_{max} = \frac{kL}{r_y} = \frac{650}{3.6} = 180.5 \Rightarrow F_a = 322.5 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45\times10^3}{163} = 276 \ \frac{kg}{cm^2} < F_a \qquad o.k$$

بنابراین نیمرخ INP47.5 مناسب می‌باشد.

در ادامه قسمت الف، ستون با نیمرخ IPB طرح داده می‌شود:

$F_a=900 \ \frac{kg}{cm^2}$ فرض می‌شود.

$$A \geq \frac{P}{F_a} = 50 \ cm^2 \Rightarrow \quad IPB16 \ , \ A = 54.3 \ \ cm^2$$

$$\lambda_{max} = \frac{k.L}{r_y} = \frac{650}{4.05} = 160.5 < 200 \Rightarrow F_a = 407.5 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45\times10^3}{54.3} = 829 \ \frac{kg}{cm^2} > F_a \quad N.G$$

نیمرخ IPB 20 کنترل می‌شود:

$$\lambda_{max} = \frac{kL}{r_y} = \frac{650}{5.07} = 128.2 \Rightarrow F_a = 639 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45\times10^3}{78.1} = 576 \ \frac{kg}{cm^2} < F_a = 639 \ \frac{kg}{cm^2} \qquad o.k$$

بنابراین IPB 20 مناسب می‌باشد.

مقایسه وزن دو ستون :

وزن نیمرخ INP 47.5 برابر $128 \ \frac{kg}{m}$ و وزن نیمرخ IPB20 برابر $61.3 \ \frac{kg}{m}$ است

بنابراین نیمرخ INP47.5 بیش از دو برابر نیمرخ IPB20 وزن دارد.

علّت سنگین شدن نیمرخ‌های INP مقاومت کم آنها در کمانش حول محور y مقطع

می‌باشد.

ب)

با توجه به توضیحات فوق ستون با نیمرخ IPB طرح داده می‌شود:

چون باید $r_{min} \geq 3.25$ cm باشد نیمرخ IPB14 با $r_y = 3.58$ cm انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_{max} = \frac{kL}{r_y} = \frac{650}{3.58} = 181.5$$

محاسبهٔ تنش مجاز محوری:

$$C_c = \frac{6440}{\sqrt{F_y}} = \frac{6440}{\sqrt{4200}} = 99.4$$

$$\lambda > C_c \Rightarrow F_a = \frac{105\times10^3}{\lambda^2} = \frac{105\times10^5}{181.5^2} = 318.7 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45\times10^3}{43} = 1047 \ \frac{kg}{cm^2} > F_a \quad N.G$$

نیمرخ IPB20 کنترل می‌شود:

$$\lambda_{max} = \frac{kL}{r_y} = \frac{650}{5.07} = 128.2 < 200 \quad o.k$$

$$\lambda > C_c \Rightarrow F_a = \frac{105\times10^3}{\lambda^2} = \frac{105\times10^5}{128.2^2} = 638 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45\times10^3}{78.1} = 576 \ \frac{kg}{cm^2} < F_a \quad o.k$$

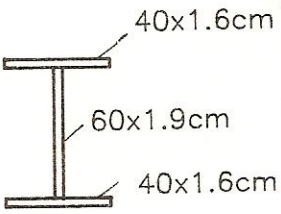
این مثال نشان می‌دهد در ستونهایی که در آنها ضریب لاغری بزرگ‌باشد استفاده از فولاد اعلاء (با F_y بزرگ) کمکی به پایین آمدن شماره نیمرخ نمی‌کند. چون بار بحرانی اولر $\left(P_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}\right)$ به F_y بستگی ندارد.

مسأله

بار محوری مجاز ستونی با مقطع نشان داده شده را در حالات زیر تعیین کنید.

الف) فولاد مصرفی دارای $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$ باشد.

ب) فولاد مصرفی دارای $F_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}$ باشد.



در هر دو حالت الف و ب طولهای مؤثر ستون

برابرند با : $k_xL_x=12.5m$ و $k_yL_y=4.2m$

حل)

الف) ابتدا ابعاد ورقهای بکار رفته در ستون کنترل می‌شود :

مقررات ملّی ساختمان ایران بیان می‌کند : حداکثر نسبت پهنای آزاد به ضخامت تمام عناصری که در دو لبه تحت اثر فشار یکنواخت نگهداری شده باشد باید به عدد $\frac{2120}{\sqrt{F_y}}$ محدود شود. همچنین برای تسمه‌هائی که بطور برجسته در اعضاء فشاری بکار می‌رود مثلاً در نیمرخهای I شکل باید $\frac{b_f}{2t} \leq \frac{795}{\sqrt{F_y}}$ باشد.

$$\frac{b}{t} = \frac{40}{1.6} = 25 < \frac{2120}{\sqrt{2400}} = 43.2 \quad o.k$$

$$\frac{h}{t} = \frac{60}{1.9} = 31.6 < 43.2 \quad o.k$$

$$\frac{b_f}{2t} = \frac{40}{2\times1.6} = 12.5 < \frac{795}{\sqrt{2400}} = 16.2 \quad o.k$$

محاسبهٔ شعاعهای ژیراسیون مقطع :

$$I_x = \frac{40\times63.2^3}{12} - \frac{38.1\times60^3}{12} = 155653 \quad cm^4$$

$$A = 2\times40\times1.6 + 60\times1.9 = 242 \quad cm^2$$

$$r_x = \sqrt{(\frac{I_x}{A})} = \sqrt{(\frac{155653}{242})} = 25.36 \quad cm$$

$$I_y = \frac{2\times1.6\times40^3}{12} + \frac{60\times1.9^3}{12} = 17100 \quad cm^4$$

$$r_y = \sqrt{(\frac{I_y}{A})} = \sqrt{(\frac{17100}{242})} = 8.4 \quad cm$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{12.5\times10^2}{25.36} = 49.3$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{4.2\times10^2}{8.4} = 50$$

چون در این ستون $\lambda_x \approx \lambda_y$ پس مقطع مناسب و اقتصادی می‌باشد.

$$\lambda_{max} = 50 < 200 \ \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1231 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = F_a \times A = 1231\times242\times10^{-3} \approx 297.9 \ \text{ton}$$

بنابراین حداکثر باری که می‌توان بر ستون وارد نمود $P = 297.9$ ton می‌باشد.

ب) $F_y = 4200 \ \frac{kg}{cm^2}$

کنترل ابعاد مقطع :

$$\frac{b}{t} = \frac{40}{1.6} = 25 < \frac{2120}{\sqrt{4200}} = 32.7 \quad \text{o.k}$$

$$\frac{h}{t} = \frac{60}{1.9} = 31.6 < 32.7 \quad \text{o.k}$$

$$\frac{b_f}{2t} = \frac{40}{2\times1.6} = 12.5 \approx \frac{795}{\sqrt{4200}} = 12.3 \quad \text{o.k}$$

محاسبهٔ تنش مجاز :

$$C_c = \frac{6440}{\sqrt{F_y}} = \frac{6440}{\sqrt{4200}} = 99.4$$

$$\lambda_{max} = 50 < C_c \Rightarrow F_a = \frac{(1-\frac{\lambda^2}{2C_c^2})\times F_y}{\frac{5}{3}+\frac{3}{8}.\frac{\lambda}{C_c}-\frac{1}{8}(\frac{\lambda}{C_c})^3}$$

$$= \frac{(1-\frac{50^2}{2\times 99.4^2})\times 4200}{\frac{5}{3}+\frac{3}{8}.\frac{50}{99.4}-\frac{1}{8}(\frac{50}{99.4})^3} = 1994 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = A\times F_a = 242\times 1994 = 482548 \text{ kg} = 482.5 \text{ ton}$$

چون لاغری این ستون زیاد نبود افزایش F_y تأثیر زیادی در افزایش بار مجاز محوری آن داشت.

مسأله) اولین مسأله را با فرض اینکه ستون یک سرگیردار و یک سر مفصلی است دوباره حل کنید. طول ستون را L=6.5m درنظر بگیرید.

حل)

در هر دو حالت ستون با نیمرخ IPB طرح داده می‌شود :

الف) $F_y = 2400 \ \frac{kg}{cm^2}$

با توجه به شرایط تکیه گاهی ستون، k=0.8 درنظر گرفته می‌شود.

فرض می‌شود $F_a = 1000 \ \frac{kg}{cm^2}$ باشد.

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{45\times 10^3}{1000} = 45 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{IPB 16, A} = 54.3 \text{ cm}^2$$

$$\lambda_{max} = \frac{kL}{r_y} = \frac{0.8\times 650}{4.05} = 128.4 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 637 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45\times 10^3}{54.3} = 829 \ \frac{kg}{cm^2} > F_a \quad \text{N.G}$$

نیمرخ IPB18 کنترل می‌شود :

$$\lambda_{max} = \frac{kL}{r_y} = \frac{0.8\times650}{4.57} = 113.8 \Rightarrow F_a = 770 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45\times10^3}{65.3} = 689 \frac{kg}{cm^2} < F_a = 770 \frac{kg}{cm^2} \quad o.k$$

پس نیمرخ IPB18 مناسب می‌باشد.

ب) $F_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}$

نیمرخ IPB18 کنترل می‌شود :

$$\lambda_{max}=113.8 > C_c=\frac{6440}{\sqrt{F_y}}=99.4 \Rightarrow F_a=\frac{105\times10^5}{\lambda^2}=\frac{105\times10^5}{113.8^2}=810\frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a= \frac{P}{A} = 689 \frac{kg}{cm^2} < F_a = 810 \frac{kg}{cm^2} \quad o.k$$

پس نیمرخ IPB18 مناسب می‌باشد.

مسأله ـ ستونی را با نیمرخ IPB طرح دهید که طول آن L=8.5 m بوده و در یک قاب مهار بندی شده قرار دارد. این ستون در وسط و در برابر کمانش حول محور ضعیف دارای تکیه‌گاه می‌باشد. براین ستون بار محوری P=93 ton اثر می‌کند. جنس آن از فولاد نرمه با $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد. ستون دو سر مفصلی است.

حل)

فرض می‌شود تنش مجاز محوری ستون $F_a = 900 \frac{kg}{cm^2}$ باشد پس :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{93\times10^3}{900} = 103 \ cm^2 \Rightarrow IPB24, A = 106 \ cm^2$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times850}{10.3} = 82.5$$

چون ستون در وسط و در جهت ضعیف تکیه‌گاه جانبی دارد پس :

$$L_y = \frac{L}{2} = \frac{850}{2} = 425 \ cm$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times425}{6.08} = 69.9$$

$$\lambda_{max} = 82.5 < 200 \quad o.k \quad \Rightarrow \quad F_a = 1021.5 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = A \times F_a = 106 \times 1021.5 \times 10^{-3} = 108.2 \ ton > P = 93 \ ton \quad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB22 مناسب می‌باشد.

مسأله -ستونی با نیمرخ IPB طرح دهید که قادر باشد نیروی محوری فشاری $P = 137$ ton را تحمل کند. این ستون دو سر مفصلی بوده و قطعه‌ای از یک قاب مهاربندی شده است. طول آن 9.1 m بوده و در فاصله 4.2 متری از پایین ستون دارای تکیه‌گاه جانبی برای جهت ضعیف آن می‌باشد. $F_y = 2400 \ \frac{kg}{cm^2}$

حل)

فرض می‌شود تنش مجاز محوری ستون $F_a = 800 \ \frac{kg}{cm^2}$ باشد :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{137 \times 10^3}{800} = 171 \ cm^2 \quad \Rightarrow \quad IPB34, \ A = 171 \ cm^2$$

$$\lambda_x = \frac{k_x . L_x}{r_x} = \frac{1 \times 910}{14.6} = 62.3$$

چون ستون در جهت ضعیف (حول y) دارای تکیه‌گاه جانبی به فاصله 4.2 متری تکیه‌گاه پایین است پس ستون به دو قسمت با طولهای 4.2 m , 4.9 m تقسیم شده است. در محاسبهٔ لاغری طول مؤثر بزرگتر یعنی $k_y.L_y$=4.9 m شرکت می‌کند.

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1 \times 490}{7.53} = 65$$

$$\lambda_{max} = 65 < 200 \quad o.k \quad \Rightarrow \quad F_a = 1141 \ \frac{kg}{cm^2}$$

چون تنش مجاز بدست آمده خیلی بزرگتر از تنش مجاز فرض شده می‌باشد پس نیمرخ IPB34 قوی بوده و غیر اقتصادی است. بنابراین نیمرخ IPB28 انتخاب و

کنترل می‌شود :

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1\times910}{12.1} = 75.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times490}{7.09} = 69.1$$

$$\lambda_{max} = 75.2 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1072.5 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = A\times F_a = 131\times1072.5 = 140497 \text{ kg} = 140.5 \text{ ton} > P = 137 \text{ ton o.k}$$

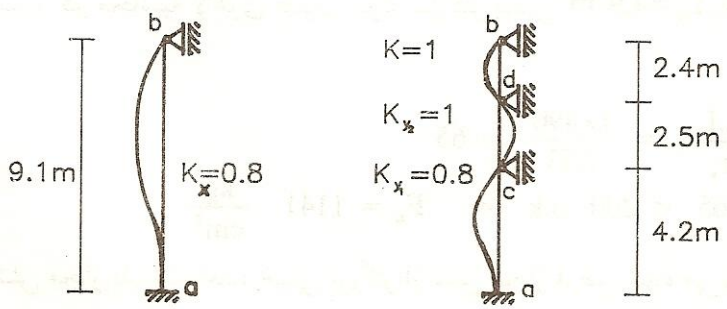
بنابراین نیمرخ IPB28 مناسب می‌باشد.

مسأله

ستونی با نیمرخ IPB طرح دهید که تحت اثر نیروی محوری فشاری $P = 182$ ton باشد. این ستون عضوی از یک قاب مهاربندی شده است. تکیه‌گاه فوقانی آن را در هر دو جهت اصلی مفصلی درنظر بگیرید. طول ستون $L = 9.1$ m بوده و در جهت ضعیف و در فواصل 4.2 m , 6.7 m از تکیه‌گاه پائین دارای تکیه‌گاه جانبی می‌باشد. تکیه‌گاه پایین‌ستون در هر دوجهت گیردار می‌باشد. $F_y = 2400 \ \frac{kg}{cm^2}$.

حل)

شرایط تکیه‌گاهی ستون بصورت زیر می‌باشد :



فرض می‌شود تنش مجاز ستون $F_a = 1100 \ \frac{kg}{cm^2}$ باشد.

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{182\times10^3}{1100} = 165 \ cm^2 \Rightarrow IPB34, A = 171 \ cm^2$$

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.8\times910}{14.6} = 49.9$$

$$\lambda_{yac} = \frac{k_{y1}L_{y1}}{r_y} = \frac{0.8\times420}{7.53} = 44.6$$

$$\lambda_{ycd} = \frac{k_{y2}.L_{y2}}{r_y} = \frac{1\times250}{7.53} = 33.2$$

$$\lambda_{max} = 49.9 < 200 \ o.k \Rightarrow F_a = 1232 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = F_a\times A = 1232\times171 = 210672 \ kg = 210.6 \ ton > P = 182 \ ton$$

نیمرخ IPB34 قوی بنظر می‌رسد بنابراین نیمرخ IPB32 کنترل می‌شود :

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.8\times910}{13.8} = 52.8$$

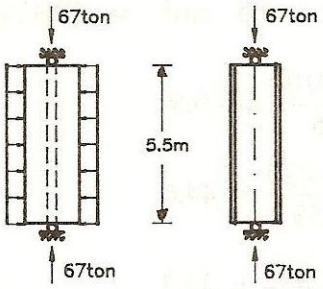
$$\lambda_{yac} = \frac{k_{y1}.L_{y1}}{r_y} = \frac{0.8\times420}{7.57} = 44.4$$

$$\lambda_{max} = 52.8 < 200 \ o.k \Rightarrow F_a = 1215 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = F_a\times A = 1215\times161\times10^3 = 195.6 \ ton > P = 182 \ ton \ o.k$$

نیمرخ IPB32 مناسب می‌باشد.

ـ مسأله ستون نشان داده شده در صفحهٔ بعد را با نیمرخ IPB طرح دهید. ستون در داخل یک دیوار ساخته شده بطوریکه می‌توان دیوار را برای ستون بعنوان تکیه‌گاه جانبی پیوسته در جهت ضعیف در نظر گرفت. $F_y = 2400 \ \frac{kg}{cm^2}$



وضعیت حول x وضعیت حول y

حل)

چون ستون در کمانش حول y مشکلی ندارد، فقط λ_x در محاسبهٔ تنش مجاز تعیین کننده می‌باشد؛ فرض می‌شود تنش مجاز ستون $F_a = 1100 \frac{kg}{cm^2}$ باشد:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{67\times10^3}{1100} = 61\ cm^2 \Rightarrow \text{IPB 18 , } A = 65.3\ cm^2$$

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1\times550}{7.66} = 71.8 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1096\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = F_a\times A = 1096\times65.3\times10^{-3} = 71.5 \text{ ton} > P = 67 \text{ ton o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB18 مناسب است.

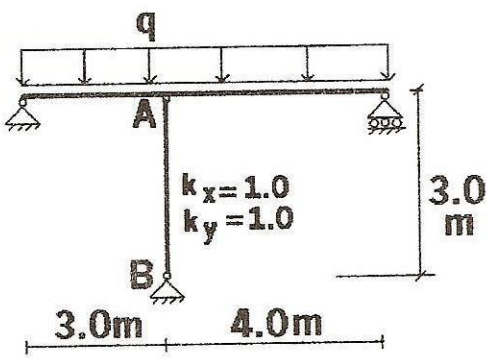
نمونه سؤال امتحانی مبحث فشار

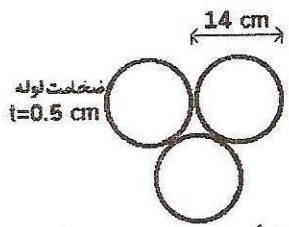
حداکثر نیروی مجاز فشاری ستون AB را محاسبه کنید.

مشخصات فولاد مصرفی

$E = 2.10\times10^6\ kg/cm^2$

$F_y = 2400\ kg/cm^2$

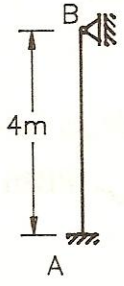


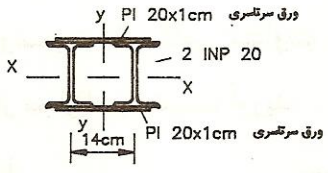


(اجزا کاملاً به هم چسبیده اند.)

مقطع ستون

مسأله. مقطع ستون AB نشان داده شده است. مطلوبست محاسبه بار محوری مجاز آن. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$.





حل)

محاسبهٔ شعاعهای ژیراسیون مقطع حول محورهای x و y:

$$I_x = 2\times2140 + 2\times20\times1\times10.5^2 = 8690\ cm^4$$

$$A = 2\times33.4+2\times20\times1 = 106.8\ cm^2$$

$$r_x = \sqrt{(\frac{I_x}{A})} = \sqrt{(\frac{8690}{106.8})} = 9.02\ cm$$

$$I_y = 2\times[117 + 33.4\times7^2] + 2\times1\times\frac{20^3}{12} = 4840\ cm^4$$

$$r_y = \sqrt{(\frac{I_y}{A})} = \sqrt{(\frac{4840}{106.8})} = 9.73\ cm$$

$$r_{min} = r_y = 6.73\ cm$$

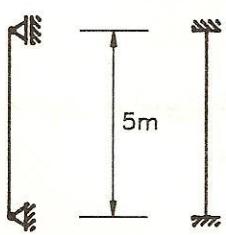
$$\lambda_{max} = \frac{k.L}{r_{min}} = \frac{0.8\times400}{6.73} = 47.5 < 200 \quad o.k$$

$$\lambda = 47.5 < C_c = 131 \Rightarrow F_a = \frac{[\,1 - \frac{\lambda^2}{2C_c^2}\,].F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3}{8}(\frac{\lambda}{C_c}) - \frac{1}{8}(\frac{\lambda}{C_c})^3}$$

$$\Rightarrow F_a = \frac{[\,1 - \frac{47.5^2}{2\times131^2}\,]\times2400}{\frac{5}{3} + \frac{3}{8}(\frac{47.5}{131}) - \frac{1}{8}(\frac{47.5}{131})^3} = 1248\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = F_a \times A = 1248\times106.8 = 133286\ kg = 133.28\ ton$$

مساله)ستون زیر دارای دو وضعیت تکیه گاهی متفاوت حول x و y بوده و از نوع نیمرخ IPB16 می‌باشد. بار مجاز آن را بدست آورید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$



وضعیت تکیه گاهی در کمانش حول y

وضعیت تکیه گاهی در کمانش حول X

حل)

IPB16

$A = 54.3\ cm^2$

$r_x = 6.78\ cm$

$r_y = 4.05\ cm$

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1\times500}{6.78} = 73.7 < 200$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{0.65\times500}{4.05} = 80.2 < 200$$

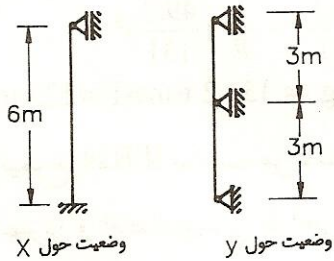
$$\lambda=80.2< C_c=131 \Rightarrow F_a = \frac{[\,1-\frac{\lambda^2}{2C_c^2}\,].F_y}{\frac{5}{3}+\frac{3}{8}(\frac{\lambda}{C_c})-\frac{1}{8}(\frac{\lambda}{C_c})^3}$$

$$\Rightarrow F_a = \frac{[\,1-\frac{80.2^2}{2\times131^2}\,]\times2400}{\frac{5}{3}+\frac{3}{8}(\frac{80.2}{131})-\frac{1}{8}(\frac{80.2}{131})^3} = 1044\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = F_a \times A = 1044\times54.3=56689\ kg = 56.7\ ton$$

مساله - ستون زیر تحت بار P=125 ton می‌باشد آن را با نیمرخ IPB طرح دهید.

$$F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$$



حل)

فرض می‌شود تنش مجاز ستون $F_a=1000\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد.

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{125\times10^3}{1000} = .125\ cm^2 \Rightarrow IPB\ 28\ ,\ A = 131\ cm^2$$

کنترل مقطع :

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_y} = \frac{0.80\times600}{12.1} = 39.7 \quad و \quad \lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times300}{7.09} = 42.3$$

$$\Rightarrow \lambda_{max} = 42.3 < 200 \qquad o.k$$

$$\lambda= 42.3 < C_c=131 \Rightarrow F_a= \frac{[\,1-\frac{\lambda^2}{2C_c^2}\,].F_y}{\frac{5}{3}+\frac{3}{8}(\frac{\lambda}{C_c})-\frac{1}{8}(\frac{\lambda}{C_c})^3}$$

$$\Rightarrow F_a = \frac{[\,1-\frac{42.3^2}{2\times131^2}\,]\times2400}{\frac{5}{3}+\frac{3}{8}(\frac{42.3}{131})-\frac{1}{8}(\frac{42.3}{131})^3} = 1275\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = F_a \times A = 1275\times131\times10^{-3} = 167\ ton > P = 125\ ton$$

نیمرخ IPB28 غیر اقتصادی است. نیمرخ IPB24 انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.80\times600}{10.3} = 46.6 \quad و \quad \lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times300}{6.08} = 49.3$$

$$\Rightarrow \lambda_{max} = 49.3 < 200 \qquad o.k$$

$$\lambda < C_c = 131 \Rightarrow F_a = \frac{[\,1-\frac{49.3^2}{2\times131^2}\,]\times2400}{\frac{5}{3}+\frac{3}{8}(\frac{49.3}{131})-\frac{1}{8}(\frac{49.3}{131})^3} = 1238\frac{kg}{cm^2}$$

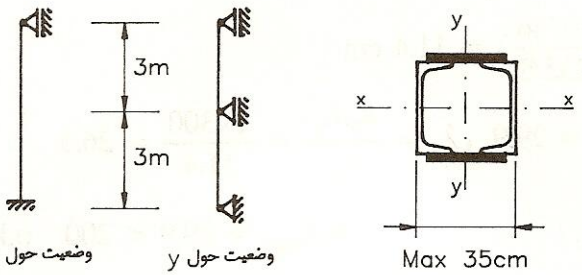
$$P_a = F_a \times A = 1238\times106 = 131228\ kg \simeq 131.2\ ton > P = 125\ ton \quad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB24 مناسب می‌باشد.

تذکر 1: بهترین و اقتصادی‌ترین طراحی برای ستون آنستکه تقریباً $\lambda_x = \lambda_y$ بوده و بار محوری مجاز ستون تقریباً برابر بار وارد بر ستون باشد.

تذکر 2: برای محاسبهٔ تنش فشاری مجاز ستونها علاوه بر روابط گفته شده، می‌توان از جداولی که به همین منظور تهیه شده استفاده نمود. در این جداول مقادیر تنش‌های مجاز با توجه به ضریب لاغری قطعه فشاری و حد تسلیم فولاد، درج شده است. یعنی با استفاده از λ و F_y مقدار تنش مجاز محوری ستون از این جداول استخراج می‌شود.

مسأله - ستون زیر را که بر آن بار $P=300\ ton$ وارد می‌شود با دو نیمرخ ناودانی و دو ورق سرتاسری بگونه‌ای طرح دهید که ماکزیمم بعد مقطع ستون در امتداد محور x مقطع $35\ cm$ باشد. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

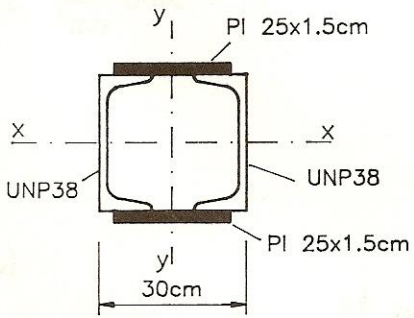
تنش مجاز ستون $F_a = 1200\ \frac{kg}{cm^2}$ تخمین زده می‌شود.

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{300\times10^3}{1200} = 250\ cm^2$$

دوتا ورق به ابعاد $25\times1.5\ cm$ انتخاب می‌شود پس سطح مقطع لازم برای هر ناودانی برابر است با:

$$A = \frac{250-2\times25\times1.5}{2} = 87.5\ cm^2 \Rightarrow] 38\ ,\ A = 80.4\ cm^2$$

عرض مقطع $30cm$ در نظر گرفته می‌شود، بنابراین مقطع بصورت زیر خواهد بود:



UNP38	$A=80.4$	cm^2
	$I_x=15760$	cm^4
	$I_y=615$	cm^4
	$e=2.38$	cm

محاسبهٔ شعاع ژیراسیونهای مقطع حول محورهای x و y:

کل مقطع $I_x = 2\times15760 + 2\times1.5\times25\times(19.75)^2 = 60774\ cm^4$

$A = 2\times80.4 + 2\times25\times1.5 = 235.8\ cm^2$

$$r_x = \sqrt{(\frac{I_x}{A})} = \sqrt{(\frac{60774}{235.8})} = 16.05 \text{ cm}$$

کل مقطع $I_y = 2\times1.5\times\frac{25^3}{12} + 2\times[615+80.4\times(15-2.38)^2] = 30746 \text{ cm}^4$

$$r_y = \sqrt{(\frac{I_y}{A})} = \sqrt{(\frac{30746}{235.8})} = 11.4 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{0.8\times600}{16.05} = 29.9 \text{ و } \lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times300}{11.4} = 26.3$$

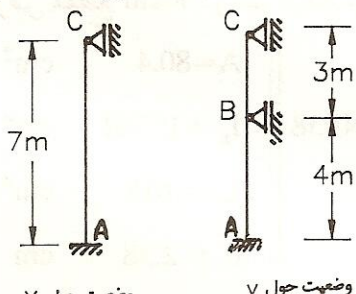
$$\Rightarrow \lambda_{max} = 29.9 < 200 \quad \text{o.k}$$

$$\lambda = 29.9 \text{ و } F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_a = 1333.5 \frac{kg}{cm^2}$$

$P_a=F_a \times A=1333.5 \times235.8=314439 \text{ kg} \simeq 314.4 \text{ ton} > P = 300 \text{ ton}$

بنابراین مقطع با دو ناودانی 38 و دو ورق سرتاسری با ابعاد 25×1.5cm مناسب می‌باشد.

مسأله- ستون زیر تحت بار محوری $P=140$ ton می‌باشد آن را با نیمرخ IPB طرح دهید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$



حل)

فرض می‌شود تنش مجاز ستون $F_a = 900 \frac{kg}{cm^2}$ باشد :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{140\times10^3}{900} = 156 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{IPB32} , A = 161 \text{ cm}^2$$

کنترل مقطع :

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.8 \times 700}{13.8} = 40.6$$

در کمانش حول y، ستون دارای دو قسمت متفاوت می‌باشد پس دو تا ضریب لاغری متفاوت خواهد داشت :

$$\lambda_{1y} = \lambda_{AB} = \frac{k_{1y}.L_{AB}}{r_y} = \frac{0.8\times400}{7.57} = 42.3$$

$$\lambda_{2y} = \lambda_{BC} = \frac{k_{2y}.L_{BC}}{r_y} = \frac{1\times300}{7.57} = 39.6$$

$$\Rightarrow \lambda_{max} = 42.3 < 200 \quad \text{o.k}$$

$$\lambda = 42.3 \text{ و } F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_a = 1273 \frac{kg}{cm^2}$$

$$P_a = F_a \times A = 1273\times161\times10^{-3} = 205 \text{ ton} > P = 140 \text{ ton}$$

چون ستون IPB32 بسیار قوی است، غیر اقتصادی می‌باشد بنابراین نیمرخ IPB26 انتخاب و کنترل می‌شود :

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.8\times700}{11.2} = 50 \text{ و} \lambda_{1y} = \lambda_{AB} = \frac{k_1.L_{AB}}{r_y} = \frac{0.8\times400}{6.58} = 48.6$$

$$\Rightarrow \lambda = 50 < 200 \quad \text{o.k}$$

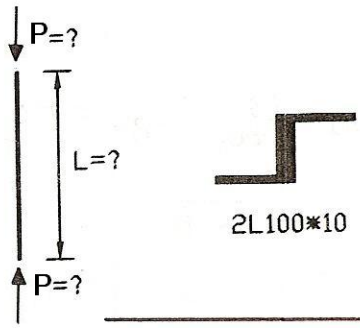
$$\lambda = 50 \text{ و } F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\Rightarrow F_a = 1231 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow P_a = F_a\times A = 1231\times118\times10^{-3} = 145.2 \text{ ton} > P = 140 \text{ ton}$$

بنابراین نیمرخ IPB26 مناسب می‌باشد.

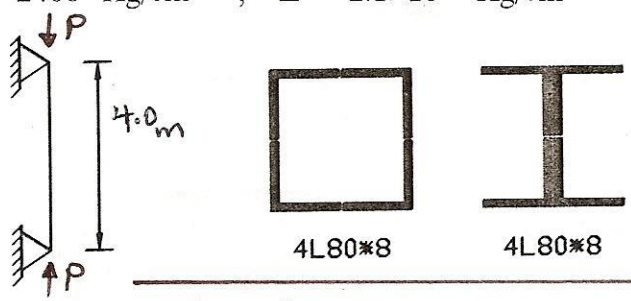
نمونه مسائل امتحانی مبحث فشار

مطلوب است تعیین حداکثر طول و نیروی فشاری مجاز؟ (فولاد مصرفی از نوع معمولی با تنش تسلیم $2400\ Kg/cm^2$ می‌باشد.)

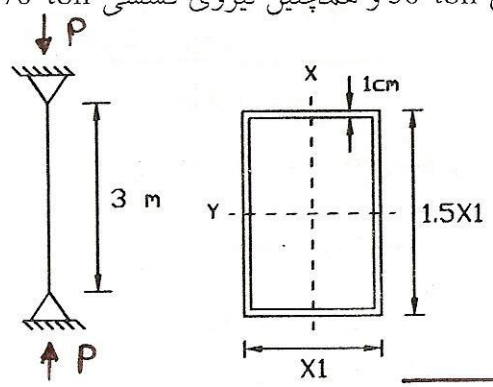


برای مقاطع شکل زیر نیروی کششی و فشاری مجاز را پیدا کرده و با یکدیگر مقایسه نمایید.

$F_y = 2400\ Kg/cm^2$, $E = 2.1\times10^6\ Kg/cm^2$



سطح مقطعی قوطی شکل برای عضو فولادی زیر پیشنهاد گردیده است. ابعاد مقطع را به صورتی تعیین نمایید که بتواند نیروی فشاری 50 ton و همچنین نیروی کششی 70 ton را به صورت جداگانه تحمل نماید.



Fy=2400 kg/cm2

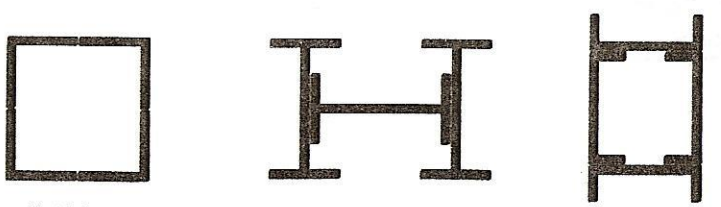
E= 2.1*10^6 kg/cm2

Lx = 300 cm

Ly = 150 cm

نیروی فشاری مجاز مقاطع ستونی زیر را بیابید.

$F_y = 2400\ Kg/cm^2$, $E = 2.1\times10^6\ Kg/cm^2$



4L100*10
KL=400cm

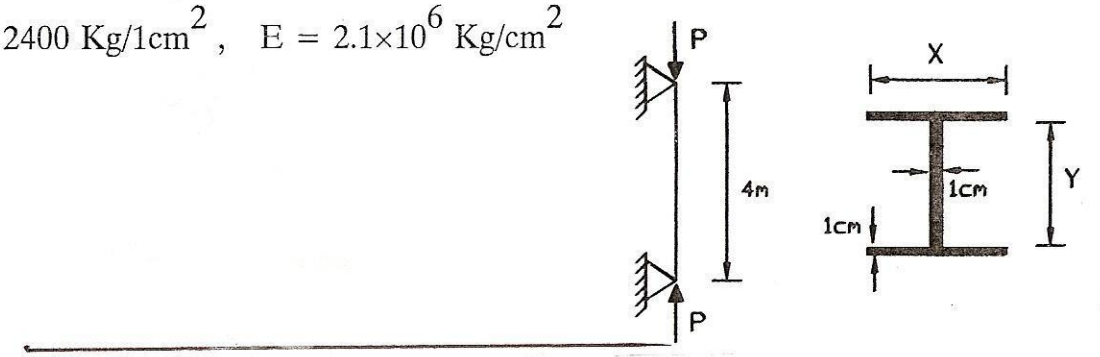
3IPE200
KL=380cm

4UNP160
KL=400cm

نمونه مسائل امتحانی مبحث فشار

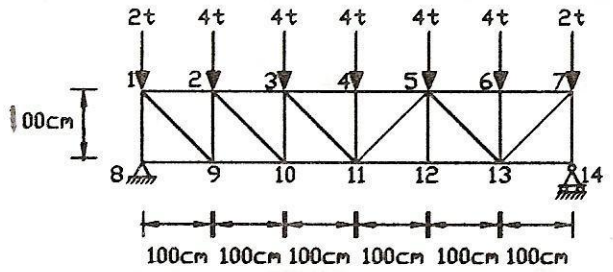
سطح مقطع شکل۶ مقطع یک عضو فشاری می‌باشد که سطح آن ۲۰ سانتی‌متر مربع است ابعاد x و y را به گونه‌ای تعیین کنید که حداکثر استفاده از عضو فشاری بشود. عضو فشاری نسبت به محور x فقط در دو انتها و نسبت به محور y در دو انتها و وسط دهانه دارای اتکاء جانبی است تحت‌شرایط فوق حداکثر نیروی فشاری مجاز این عضو فشاری چقدر است؟

$F_y = 2400\ Kg/1cm^2$, $E = 2.1\times10^6\ Kg/cm^2$

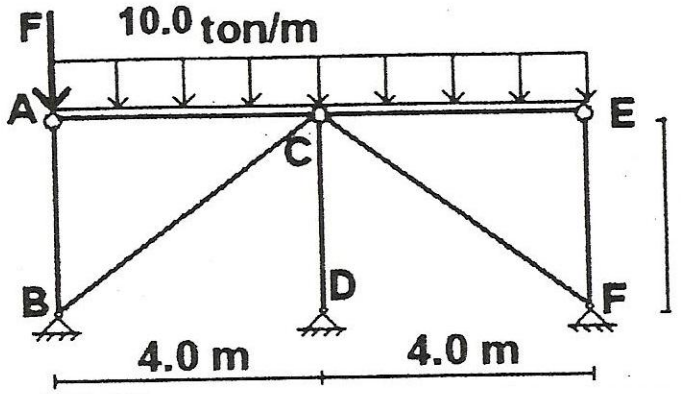


۵ عضوفشاری از خرپای شکل را طراحی نمائید (کلیه‌اتصالات بصورت جوش می باشد)

$F_y = 2400\ Kg/cm^2$, $Fu = 3600\ kg/cm^2$ $E = 2.1\times10^6\ Kg/cm^2$



مقطع ستون AB از سه پروفیل IPE 200 به هم چسبیده انتخاب شده است حداکثر نیروی مجاز F چقدر است؟



$F_Y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$

$E = 2100000\ \frac{kg}{cm^2}$

$L_b = 3.0m$ طول غیر مهاری

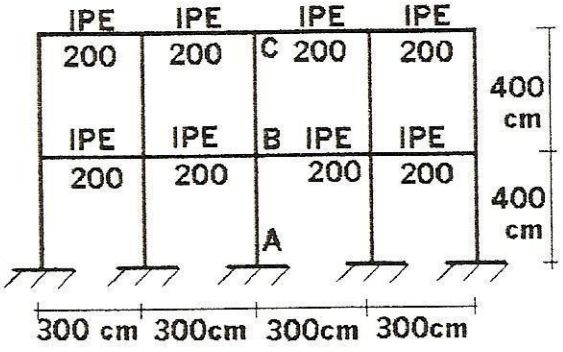
مقطع ستون : III

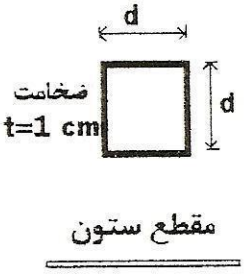
نمونه مسائل امتحانی مبحث فشار

(به فصل پنجم طراحی تیرستون ها مراجعه شود)

مطلوب است طراحی ستو نهای AB و BC از پروفیل‌قوطی‌هرگاه درامتداد عمود بر این قاب ها ستون دریک قاب مهاربندی شده قرار گرفته باشد.

$E = 2.10*10^{6}\ kg/cm2$ $Fy = 2400\ kg/cm2$



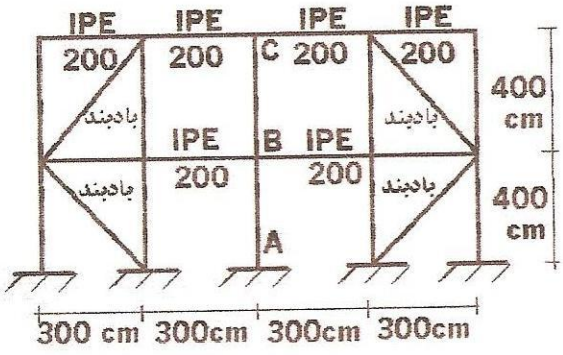


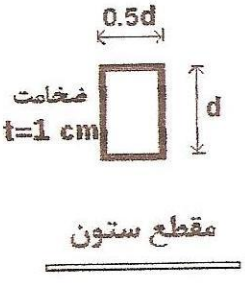
$P=50\ ton_{AB}$ $P=35\ ton_{BC}$ نیروی فشاری

IPE 200 :	$A=28.5\ cm^2$	$I_x=1940\ cm^4$	$I_y=142\ cm^4$

مطلوب است طراحی ستو نهای AB و BC از پروفیل‌قوطی‌هرگاه درامتداد عمود بر این قاب ها ستون دریک قاب مهاربندی شده قرار گرفته باشد.

$E = 2.10*10^{6}\ kg/cm2$ $Fy = 2400\ kg/cm2$





$P=50\ ton_{AB}$ $P=35\ ton_{BC}$ نیروی فشاری

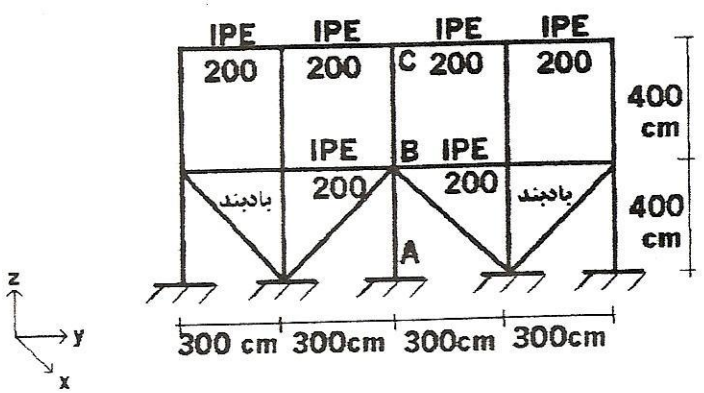
IPE 200 :	$A=28.5\ cm^2$	$I_x=1940\ cm^4$	$I_y=142\ cm^4$

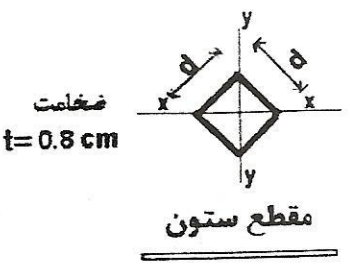
نمونه مسائل امتحانی مبحث فشار

(به فصل پنجم طراحی تیرستون ها مراجعه شود)

مطلوب است طراحی ستو نهای AB و BC از پروفیل‌قوطی‌هرگاه درامتداد عمود بر این قاب ها ستون دریک قاب مهاربندی شده قرار گرفته باشد.

$E = 2.10*10^{6}\ kg/cm2$ $Fy = 2400\ kg/cm2$



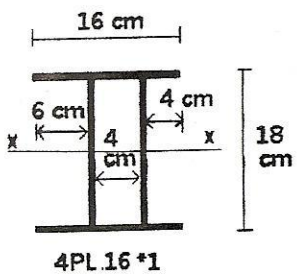


مقطع ستون

P=50 ton AB P=35 ton BC نیروی فشاری

IPE 200 : $A=28.5\ cm^2$ $I_x=1940\ cm^4$ $I_y=142\ cm^4$

نیروی فشاری وکششی مجاز مقطع ستونی شکل را تحت شرایط زیر بیابید. (اجزا به یکدیگر کاملاً متصل می باشند.)



4PL.16*1

مقطع ستون

$E = 2.10*10^{6}\ kg/cm2$

$Fy = 2400\ kg/cm2$

$KL_x = 400cm$

$KL_y = 200cm$

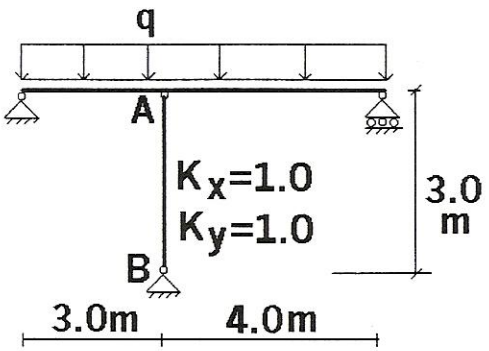
نمونه مسائل امتحانی مبحث فشار

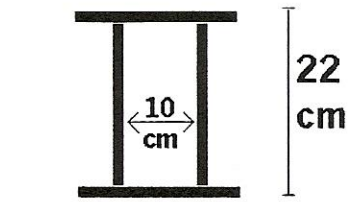
حداکثر نیروی مجاز فشاری ستون AB را محاسبه کنید

مشخصات فولاد مصرفی

$E=2.10*10^{6}$ kg/cm2

$F_y=2400$ kg/cm2

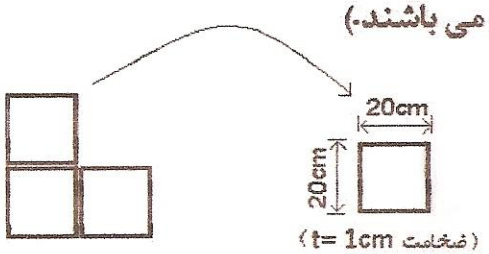




4 PL 20 * 1 cm cm

مقطع ستون

نیروی فشاری وکششی مجاز مقطع ستونی شکل را تحت شرایط زیر بیابید. (اجزا به یکدیگر کاملاً متصل می باشند.)



مقطع ستون

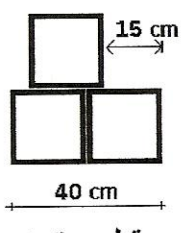
$E=2.10*10^{6}$ kg/cm2

Fy =2400 kg/cm2

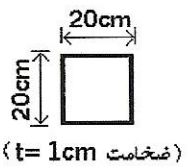
KL =400cm

نیروی فشاری وکششی مجاز مقطع ستونی شکل را تحت شرایط زیر بیابید. (اجزا به یکدیگر کاملاً متصل می باشند.)

(KL =300 cm ; Fy =2400 kg/cm2 ; $E=2.10*10^{6}$ kg/cm2)

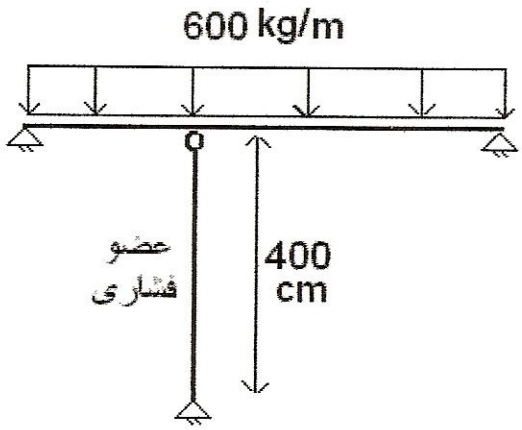


مقطع ستون



نمونه مسائل امتحانی مبحث فشار

یک ورق به مساحت پنجاه سانتیمتر مربع (ابعاد $50 * 1$ $_{cm\ cm}$) وطول ۲ متر مورد نظر است طرح برش این ورق را به صورتی ارائه دهید که بتوان از اتصال ورق های برش خورده به یک مقطع عضو فشاری رسید که بیشترین نیروی مجاز را بتواند تحمل کند در این صورت مقدار این نیروی مجاز چقدر است؟



$F_y = 2400\ kg/cm^2$

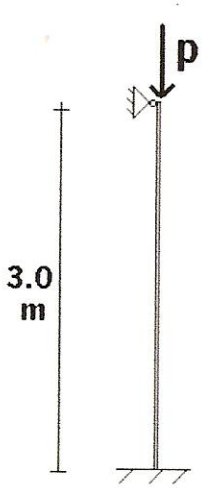
$E = 2.1 * 10^6\ kg/cm^2$ فولاد مصرفی

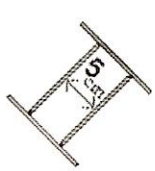
$L_y = 200\ cm$ طول غیرمهاری نسبت به محور ضعیف

$L_x = 400\ cm$ طول غیرمهاری نسبت به محور قوی

نیروی مجاز یک عضو فشاری لاغر که دردو انتها گیردار است 53_{ton} محاسبه شده اگر شرایط انتهایی این عضو تغییر یابد به طوری که ضریب **G** دردو انتها برابر 5.0 گردد در این صورت در مقدار نیروی مجاز فشاری چه تغییری حاصل می شود. (این عضو فشاری در حالت اول مهاربندی شده ودر حالت دوم غیرمهار بندی شده خواهد بود)

نیروی مجاز فشاری وکششی عضو شکل زیر چقدر است؟





$4\ PL\ 12 * 1$ $_{cm\ cm}$

$E = 2.1 * 10^6\ kg/cm2$ فولاد مصرفی

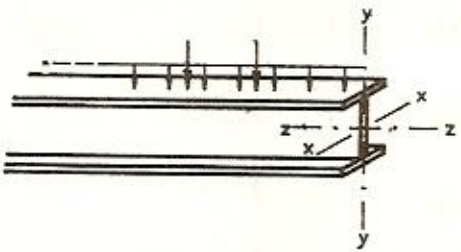
$F_y = 2400\ kg/cm2$

فصل چهارم

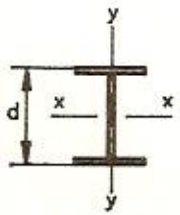
طراحی اعضا خمشی

اعضای خمشی با اتکاء جانبی

اگر قطعه‌ای منشور مستقیم را که یک بعد آن از دو بعد دیگرش خیلی بزرگتر باشد در نظر بگیریم آن را تیر با مقطع ثابت یا به اختصار تیر می‌نامیم. اگر تیری تحت بارگذاری عرضی قرار گیرد در داخل آن تنشهای قائم خمشی و تنشهای مماسی برشی ایجاد می‌گردد.



شکل مقابل یک مدل ایده آل شده ریاضی برای محاسبات خواهد بود. بارها در صفحه yz برروی میان تار تیر قرار دارند. اگر تیر تحت بار را در مقطعی که لنگر خمشی در آن ماکزیمم است بررسی کنیم با توجه به آنکه تنش تسلیم فولاد درکشش و فشار یکسان است از روابط مقاومت مصالح داریم :



$$f_{bxmax} = \frac{M_{xmax}.d/2}{I_x} = \frac{M_{xmax}}{\frac{I_x}{d/2}}$$

f_{bxmax} تنش خمشی ماکزیمم موجود در مقطع و

I_x ممان اینرسی مقطع حول محور x می‌باشد. مقدار $\frac{I_x}{d/2}$ را مدول مقطع یا اساس مقطع حول محور x نامیده و آن را با W_x نشان می‌دهند. پس :

$$f_{bxmax} = \frac{M_{x\ max}}{W_x}$$

یا به اختصار :
$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x}$$

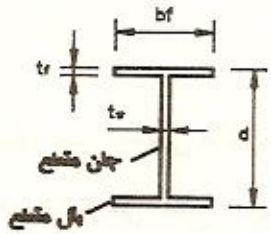
مقادیر W_x در جداول پروفیلهای نورد شده برحسب واحد cm^3 درج شده است. در طراحی تیر باید حداکثر تنش موجود را به یک تنش مجاز که از تنش تسلیم فولاد کمتر است محدود نمائیم یعنی باید یک ضریب اطمینان را در طراحی در نظر بگیریم :
$$\text{ضریب اطمینان} = \frac{\text{تنش خرابی}}{\text{تنش مجاز}} > 1$$

این رابطه نشان می‌دهد هرکجا لازم باشد اطمینان را بیشتر کنیم ـ در شرایط تنش خرابی یکسان ـ باید تنش مجاز کوچکتری انتخاب شود. تنش مجاز خمشی را با F_b نشان داده و در طراحی تیرها باید $f_{bmax} \leq F_b$ باشد.

تعیین تنش مجاز خمشی :

مقدار تنش مجاز بستگی به حد تسلیم فولاد مصرفی، ویژگیهای مقطع و نحوهٔ اجرای تیر دارد هر چه تیر از جنس قوی‌تر بوده و دارای اتکاء بیشتری باشد تنش خرابی بزرگتر می‌شود، در نتیجه، تنش مجاز را می‌توان بالاتر برده و عدد بزرگتری را انتخاب کرد.

مقررات ملّی ساختمانی ایران مقاطع فولادی



را به سه دسته تقسیم می‌کند:

1 ـ مقاطع فشرده ؛

2 ـ مقاطع غیرفشرده؛

3 ـ مقاطع با عناصر لاغر ؛

به مقطعی فشرده گفته می‌شود که در آن تناسبات ابعاد بگونه‌ای است که خطر خرابی موضعی وجود ندارد. شرایط مقطع فشرده در خمش بصورت زیر می‌باشد:

1 ـ اتصال جانها به بالها پیوسته بوده و بریده بریده نباشد.

2 ـ در قسمت فشاری $\frac{b}{t_f} \leq \frac{545}{\sqrt{F_y}}$ باشد.

(F_y : حد تسلیم (تنش تسلیم) فولاد می‌باشد.)

در مقاطع I شکل : $b = \frac{b_f}{2}$

3 ـ جان مقطع بصورتی باشد که $\frac{d}{t_w} \leq \frac{5365}{\sqrt{F_y}}$ باشد.

اگر در تیر نیروی محوری فشاری P نیز وجود داشته باشد، تنش محوری $f_a = \frac{P}{A}$ می‌باشد (A مساحت مقطع است که در جداول پروفیلها بر حسب واحد cm^2 آمده است.) در اینصورت :

اگر $\frac{f_a}{F_y} \leq 0.16$: $\frac{d}{t_w} \leq \frac{5365}{\sqrt{F_y}} (1 - 3.74 \times \frac{f_a}{F_y})$

اگر $\frac{f_a}{F_y} > 0.16$: $\frac{d}{t_w} \leq \frac{2155}{\sqrt{F_y}}$

شرط سوّم برای آنستکه ورقهای نازک جان تحت فشار کمانه نکند.

در صورت تأمین سه شرط فوق مقطع فشرده گفته می‌شود.

اتکاء جانبی :

در یک تیر با مقطع متقارن نسبت به محور خمش که تحت بار جانبی قرار گرفته است در نیمی از مقطع تنشهای فشاری و در نیم دیگر تنشهای کششی ایجاد می‌شود. اگر تیر دارای تکیه‌گاههای جانبی کافی در قسمت فشاری نباشد ممکن است قبل از رسیدن به حد تسلیم در آن کمانش ایجاد شود. برای درک این موضوع یک خط کش پلاستیکی را در نظر بگیرد که توسط دستها به آن فشار وارد شود.

اگر خط کش از کناره‌هایش به چیزی متکی نباشد

با اعمال یک نیروی کوچک، قبل از له شدن (به حد تسلیم رسیدن) کمانه زده و شکسته می‌شود. این کمانه زدن در تیرها خرابی محسوب شده و باید از آن جلوگیری کرد.

برای اینکه یک تیر اتکاء جانبی داشته باشد باید بزرگترین فاصله بین تکیه‌گاههای جانبی آن (L_b) از هر دو مقدار L_1 و L_2 که بصورت زیر محاسبه می‌شوند کوچکتر باشد.

$$L_1 = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} \quad , \quad L_2 = \frac{14\times10^5}{(\frac{d}{A_f}) \cdot F_y}$$

b_f : عرض بال فشاری مقطع

F_y : حدّ تسلیم فولاد

d : ارتفاع مقطع

A_f : مساحت مقطع بال فشاری $(A_f = b_f . t_f)$

اگر $L_b \leq (L_1, L_2)$ باشد آنگاه تیر اتکاء جانبی دارد.

● اگر تیری هم دارای مقطع فشرده بوده و هم دارای اتکاء جانبی باشد و مقطع آن نسبت به محور ضعیف خود متقارن باشد آنگاه طبق مقررات ملّی ساختمانی ایران تنش مجاز خمشی آن حول محور قوی خمش (محورx مقطع) برابر است با : $F_{bx} = 0.66F_y$

در این حالت ضریب اطمینان در حدود 1.5 انتخاب شده است.

توجه : تنش مجاز خمشی تیر حول محور ضعیف مقطع، در مقاطع با بال فشرده که دو محور تقارن در مقطع دارند $F_{by} = 0.75F_y$ بوده و کنترل اتکاء جانبی موردی ندارد.

● در تیری که اتکاء جانبی داشته $(L_b \leq L_1, L_2)$ ولی شرایط مقطع فشرده برقرار نباشد در صورتیکه شرایط زیر برقرار باشد تنش مجاز خمشی آن $F_{bx}=0.6F_y$ می‌باشد. به مقاطعی که فشرده نبوده اما دو شرط زیر در مورد آنها صادق است مقاطع غیر فشرده گویند.

1 - $\frac{b}{t_f} \leq \frac{795}{\sqrt{F_y}}$ در مقاطع I : $b=\frac{b_f}{2}$ و در مقاطع UNP : $b=b_f$

برای سایر مقاطع در بند ۱۰-۱-۱-۹ کتاب مقررات ملی ساختمانی ایران نحوهٔ تعیین مقدار b آمده است.

2 - $\frac{h}{t_w} \leq \frac{6370}{\sqrt{F_{bx}}}$ h : ارتفاع خالص جان است $h = d-2t_f$

F_{bx} : تنش مجاز خمشی تیر می‌باشد.

توجه : در مقاطع غیر فشرده $F_{by} = 0.6\ F_y$ بوده و کنترل اتکاء جانبی موردی ندارد.

تذکر 1 ـ تکیه‌گاههای جانبی بگونه‌ای هستند که بال فشاری تیر را اتکاء می‌دهند بنابراین قراردادن تکیه‌گاهی در قسمت کششی تیر نمی‌تواند کمکی به اتکای جانبی تیر بنماید.

تذکر 2 ـ مسائل مربوط به طراحی، با آزمون و خطا حل می‌شوند. یعنی در ابتدا بعضی پارامترها حدس زده شده و مسأله حل می‌شود سپس صحت آن حدسها بررسی می‌شود. در صورت عدم صحت، با مقادیر جدیدی مسأله حل می‌گردد و این کار ادامه پیدا می‌کند تا موقعیکه به جواب مطلوب برسیم.

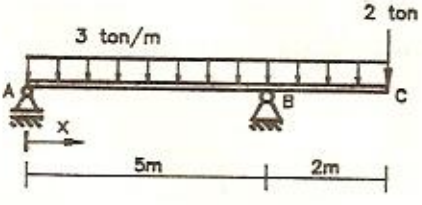
تذکر 3 ـ براساس بند ۱۰-۱-۲-۳ مقررات ملی ساختمانی ایران در اعضای با مقطع قوطی، تنش مجاز خمشی نسبت به هر دو محور قوی و ضعیف بصورت زیر محاسبه می‌شود :

در مقاطع فشرده $F_{bx} = F_{by} = 0.66\, F_y$

در مقاطع غیرفشرده $F_{bx} = F_{by} = 0.6\, F_y$

شرایط مقاطع فشرده و غیر فشرده در مقاطع قوطی شکل در بند ۱۰-۱-۲-۳ مقررات ملی ساختمانی ایران بیان شده است.

مساله تیر زیر دارای تکیه‌گاههای جانبی بفواصل 1m از همدیگر می‌باشد آن را با مقطع IPE طرح دهید. در انتهای کنسول و در تکیه‌گاه‌ها نیز تکیه‌گاه جانبی وجود دارد.



$$F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$$

حل)

ابتدا باید تیر را تحلیل کرده و لنگر ماکزیمم محاسبه شود.

$$\Sigma M_A=0 \Rightarrow 5R_B=\frac{3\times7\times7}{2}+2\times7 \Rightarrow R_B=17.5 \text{ ton}$$

$$\Sigma M_B=0 \Rightarrow 5R_A=\frac{3\times5\times5}{2}-2\times2-3\times2\times1 \Rightarrow R_A=5.5 \text{ ton}$$

برای دهانه AB $(0<x<5)$ داریم :

$$M_x=5.5x-\frac{3x^2}{2} \Rightarrow M'_x=V=\frac{dM}{dx}=5.5-3x=0 \Rightarrow x=1.83 \text{ m}<5 \quad \text{o.k.}$$

$$M^+_{max}=5.5\times1.83-\frac{3\times1.83^2}{2}=5.04 \text{ ton.m}$$

برای فاصله B تا C لنگر ماکزیمم منفی بوده و در نقطهٔ B می‌باشد :

$$M^-_{max}=-2\times2-3\times2\times1=-10 \text{ ton.m}$$

پس لنگر طراحی برابر است با : $M_{max}=10 \text{ ton.m}$

با توجه به صورت مسأله حدس زده می‌شود که مقطع فشرده و تیر با اتکاء جانبی باشد لذا تنش مجاز خمشی $F_{bx}=0.66F_y=0.66\times2400=1584 \frac{kg}{cm^2}$ درنظر گرفته می‌شود :

$$f_{bmax}=\frac{M_{max}}{W_x}\le F_{bx} \Rightarrow \text{لازم } W_x\ge\frac{M_{max}}{F_{bx}}=\frac{10\times10^5}{1584} \Rightarrow W_x\ge631.3 \text{ cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها نیمرخ IPE 33 با $W_x=713 \text{ cm}^3$ انتخاب می‌شود.

حال باید صحت یا عدم صحت حدس اولیه در مورد تنش مجاز خمشی تیر بررسی شود:

IPE 33

d	$=33$	cm
b_f	$=16$	cm
t_f	$=1.15$	cm
t_w	$=0.75$	cm

کنترل فشرده بودن مقطع :

1ـ چون پروفیل نورد شده می‌باشد لذا شرط پیوستگی بال به جان برقرار است

2ـ $\frac{b}{t_f} = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{16}{2\times1.15} = 6.95 < \frac{545}{\sqrt{F_y}} = \frac{545}{\sqrt{2400}} = 11.12$ o.k.

3ـ $\frac{d}{t_w} = \frac{33}{0.75} = 44 < \frac{5365}{\sqrt{F_y}} = \frac{5365}{\sqrt{2400}} = 109.5$ o.k.

پس مقطع فشرده می‌باشد.

حال اتکاء جانبی تیر کنترل می‌شود : $L_b = 1m = 100\ cm$

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times16}{\sqrt{2400}} = 12.962\times16 = 207 > L_b=100$$

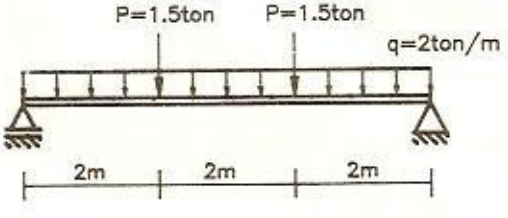
$$L_2 = \frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}\times F_y} = \frac{14\times10^5}{\frac{33}{16\times1.15}\times 2400} = 325 > L_b=100$$

چون $L_b < (L_1 , L_2)$ پس تیردارای اتکاء جانبی نیز می‌باشد.

پس حدس اولیه درست بوده و تنش مجاز خمشی همان $F_{bx}=0.66F_y$ بوده و لذا نیمرخ محاسبه شده یعنی IPE33 جواب مسأله است.

مساله

تیر زیر راکه دارای تکیه‌گاههای جانبی به فواصل 1.5 متر می‌باشد با نیمرخ INP طرح دهید.



$F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$

حل)

با توجه به اینکه طول تیر $L=6\ m$ است داریم :

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} + \frac{PL}{3} = \frac{2\times 6^2}{8} + \frac{1.5\times 6}{3} = 12 \text{ ton.m}$$

با فرض فشرده بودن مقطع و داشتن اتکای جانبی $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{12\times 10^5}{1584} = 758 \text{ cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلهای INP، نیمرخ INP32 با $W_x = 782 \text{ cm}^3$ انتخاب می‌شود.

INP 32

$d = 32$	cm
$b_f = 13.1$	cm
$t_f = 1.73$	cm
$t_w = 1.15$	cm

کنترل فشرده بودن مقطع :

1 ـ چون مقطع نورد شده می‌باشد پیوستگی جان و بال برقرار است.

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{13.1}{2\times 1.73} = 3.79 < \frac{545}{\sqrt{F_y}} = 11.12 \quad \text{o.k.} \qquad \text{ـ2}$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{32}{1.15} = 27.8 < \frac{5365}{\sqrt{Fy}} = 109.5 \quad \text{o.k.} \qquad \text{ـ3}$$

پس مقطع فشرده می‌باشد.

حال اتکاء جانبی تیر کنترل می‌شود : $L_b = 150\text{cm}$

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times 13.1}{\sqrt{2400}} = 169.8 > L_b = 150$$

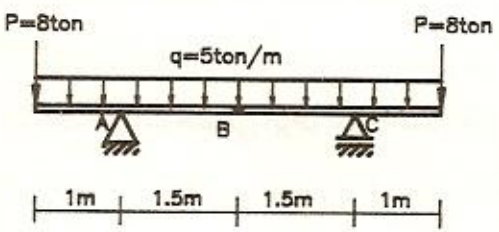
$$L_2 = \frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}\times F_y} = \frac{14\times10^5}{\frac{32}{13.1\times1.73}\times 2400} = 413 > L_b = 150$$

بنابراین تیردارای اتکاء جانبی نیز می‌باشد و فرض اولیهٔ تنش مجاز خمشی $F_{bx}=1584\ \frac{kg}{cm^2}$ درست بوده و نیمرخ INP32 مناسب است.

توجه : تمامی مقاطع نورد شده موجود بگونه‌ای ساخته می‌شوند که شرایط فشرده بودن را دارا هستند. یعنی ابعاد مقطع را طوری انتخاب کرده‌اند که مقطع فشرده باشد لذا عملاً می‌توان آنها را بدون کنترل، فشرده در نظر گرفت.

مساله

تیر زیر فقط در نقاط C,B,A دارای تکیه گاه جانبی می‌باشد آن را با نیمرخ IPE طرح دهید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

چون تیر نورد شده می‌باشد پس مقطع آن فشرده است. با فرض آنکه تیر دارای اتکاء جانبی نیز باشد تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.66\ F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$ انتخاب می‌شود.

محاسبه لنگر خمشی ماکزیمم:

$$R_A = R_C = 8 + \frac{5\times5}{2} = 20.5\ ton$$

$$M_B = -8\times 2.5 - \frac{5\times2.5^2}{2} + 20.5\times 1.5 = -4.875\ ton.m$$

$$M_A = M_c = -8\times1 - 5\times 1\times0.5 = -10.5\ ton.m$$

پس لنگر طراحی $M_{max} = 10.5\ ton.m$ می‌باشد.

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{F_{bx}} = \frac{10.5\times10^5}{1584} = 663\ cm^3$$

پس IPE33 با $W_x=713\ cm^3$ انتخاب می‌شود :

IPE 33

d	$= 33$	cm
b_f	$= 16$	cm
t_f	$= 1.15$	cm

اتکاء جانبی تیر بصورت زیر کنترل می‌شود :

نکته : آ.مگردیچیان در کتاب طرح و محاسبه ساختمان‌های فلزی بیان می‌کند که : «در مورد تیرهای کنسول، که انتهای بیرونی آنها (نوک آزاد تیر) در مقابل دوران و انتقال نگهداری نشده باشد، باید طول L را دو برابر طول کنسول منظور نمود.» یعنی، اگر در انتهای یک کنسول تکیه‌گاه جانبی وجود نداشته باشد در کنترل اتکاء جانبی دو برابر طول آن در محاسبات منظور می‌گردد. البته در بند ۱۰-۱-۲-۱ (پ) مقررات ملی ساختمانی ایران آمده است که : «برای تیر طره‌ای که فقط در محاذات تکیه‌گاه به طور جانبی نگهداری شده باشد، می‌توان L را برابر طول طره در نظر گرفت.». در این کتاب توصیه آ.مگردیچیان در طراحی کنسولها و یا تیرهای کنسول‌دار بکار گرفته شده است. پس طول L_b در این مسأله $AB=BC=1.5\ m$ نخواهد بود بلکه مقدار بزرگتر دو برابر طول کنسول $L_b=2\times1 = 2\ m$ می‌باشد.

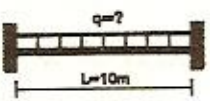
$$L_1 = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times16}{\sqrt{2400}} = 207 > L_b = 200$$

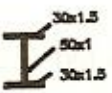
$$L_2 = \frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}\times F_y} = \frac{14\times10^5}{\frac{33}{16\times1.15}\times 2400} = 325 > L_b = 200$$

پس اتکاء جانبی نیز برقرار است و فرض $F_{bx} = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$ صحیح بوده و نیمرخ IPE33 مناسب می‌باشد.

مساله

مقطع تیر دو سرگیردار زیر نشان داده شده است . اگر تیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته باشد حداکثر شدت بار مجاز q را بدست آورید. پیوستگی جان و بال برقرار است. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$





حل)

ابتدا تنش مجاز خمشی تیر محاسبه می‌شود؛

کنترل فشرده بودن مقطع :

1 ـ پیوستگی جان و بال با توجه به اطلاعات مسأله برقرار است.

2ـ $\frac{b_f}{2t_f} = \frac{30}{2\times1.5} = 10 < \frac{545}{\sqrt{F_y}} = 11.12$ o.k.

3ـ $\frac{d}{t_w} = \frac{53}{1} = 53 < \frac{5365}{\sqrt{F_y}} = 109.5$ o.k.

پس مقطع فشرده می‌باشد و چون تیر تکیه‌گاه جانبی پیوسته دارد پس اتکاء جانبی دارد و تنش مجاز خمشی تیر برابر است با : $F_{bx} = 0.66\ F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$

محاسبهٔ اساس مقطع : $I_x = \frac{30\times53^3}{12} - \frac{29\times50^3}{12} = 70109\ cm^4$

$W_x = \frac{I_x}{d/2} = \frac{70109}{53/2} = 2645.62\ cm^3$

محاسبهٔ لنگر مقاوم‌تیر :

$M_R = W_x.F_{bx} = 2645.62 \times 1584 = 4190662\ kg.cm = 41.9\ ton.m$

از طرفی از تحلیل تیر لنگر ماکزیمم $M_{max}=\frac{qL^2}{12}$ بدست می آید:

$$M_{max} \le M_R \Rightarrow \frac{qL^2}{12} \le 41.9 \Rightarrow \frac{q\times 10^2}{12} \le 41.9 \Rightarrow q \le 5.02 \frac{ton}{m}$$

تعدیل لنگرها

در تیرهایی که تحت بارهای ثقلی بوده و دارای مقطع فشرده و اتکاء جانبی هستند و فولاد آنها از شکل پذیری کافی برخوردار می‌باشد در شرایطی که دارای اتصال صلب با ستونها بوده و یا بصورت تیر سرتاسری می‌باشند اگر لنگر ماکزیمم، لنگر منفی در محل اتصال و یا تکیه‌گاه باشد بعلت پدیده باز توزیع لنگر می‌توان لنگرهای تعدیل یافته را در محاسبات بکار برد.

باز توزیع لنگر یعنی وقتی فولاد در محل اتصال تحت اثر لنگر خمشی به حدّتسلیم می‌رسد از آن پس با افزایش بار، لنگر سایر مقاطع تیر که به حدّ تسلیم نرسیده است بالا رفته و تیر همچنان پایدار و مقاوم می‌باشد تا زمانیکه حداقل سه مقطع از تیر به حدّ تسلیم برسد در اینحالت تیر خراب می‌شود پس تیر بار بیشتری را تحمل می‌کند. مقررات ملی ساختمانی ایران بیان می‌کند که : «اعضایی که شرایط مقطع فشرده با نگهداری جانبی را دارند و در تکیه گاه مانند تیر سرتاسری ادامه می‌یابند، یا با اتصال صلب به ستون متصل‌اند و به صورت عضوی از قاب صلب کار می‌کنند، در حالتی که لنگر حداکثر در محل تکیه گاه به وجود آید، می‌توان آنها را برای تحمل $\frac{9}{10}$ لنگر منفی مربوط به بارهای قائم محاسبه کرد مشروط بر اینکه در چنین عضوی لنگر مثبت میان دهانه را به مقدار ۱۰ درصد میانگین لنگرهای منفی دوسر، افزایش داد. مطلب یاد شده برای تیرهای طره‌ای صادق نیست.» روابط مربوط به تعدیل لنگر با توجه به اشکال نشان داده شده بصورت زیر می‌باشد:

$$|M_A| \geq |M_B| \quad \Rightarrow \quad M_1 = 0.9M_A$$
$$|M_A| > |M_c| \quad \Rightarrow \quad M_2 = M_c + \frac{1}{10}\left(\frac{|M_A + M_B|}{2}\right)$$

تیر باید یا با M_A و یا با ماکزیمم مقدار بین (M_2, M_1) طراحی شود. در حالت دوّم تعدیل لنگر اعمال شده است.

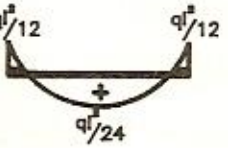
مساله

در مسأله قبلی مقدار q مجاز را در صورتیکه از تعدیل لنگر استفاده شود، بدست آورید.

حل)

چون مقطع فشرده بوده و تیر دارای اتکاء جانبی می‌باشد پس می‌توان از تعدیل لنگر استفاده کرد.

⇒ آنالیز الاستیک



مقدار لنگر ماکزیمم منفی تعدیل یافته برابر است با :

$$M_1 = 0.9 \times \frac{qL^2}{12} = 0.9 \times \frac{q \times 10^2}{12} = 7.5q$$

مقدار لنگر مثبت ماکزیمم میان دهانه پس از تعدیل برابر است با :

$$M_2 = \frac{qL^2}{24} + \frac{1}{10}\left(\frac{qL^2/12 + qL^2/12}{2}\right) = \frac{q \times 10^2}{24} + \frac{1}{10}\left(\frac{q \times 10^2}{12}\right) = 5q$$

بنابراین چون $M_1 > M_2$ می‌باشد لنگر طراحی $M_1 = 7.5q$ است.

با توجه به حل مسأله 7، لنگر مقاوم مقطع $M_R = 41.9$ ton.m می‌باشد پس :

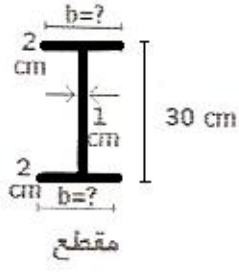
$M \leq M_R \Rightarrow 7.5q \leq 41.9 \Rightarrow q \leq 5.58 \ \text{ton/m}$

مشاهده می‌شود که اعمال تعدیل لنگر باعث افزایش بار مجاز شده است. یعنی آئین‌نامه، مقاومت تیر در برابر لنگر منفی ماکزیمم را بیشتر از آنچه که با روش الاستیک بدست می‌آید، بحساب آورده است.

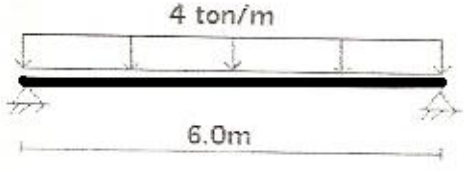
نمونه سؤال امتحانی

در صورتی که تیر شکل زیر به طور کامل دارای اتکا جانبی باشد عرض ورق بال بر اساس فقط معیار خمش چقدر است؟

تنش مجاز خمشی $F_b=1400 \ kg/cm2$



مقطع

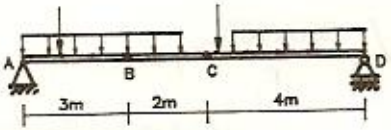


اعضای خمشی بدون اتکاء جانبی

اگر فواصل تکیه‌گاههای جانبی در تیر بگونه‌ای باشد که $L_b > L_1$ یا $L_b > L_2$ گردد، در اینصورت تیر اتکاء جانبی نداشته و نمی‌توان از تنش مجاز $F_{bx}=0.66F_y$ استفاده کرد. چون تیر در اینحالت در معرض خطر کمانش جانبی قرار داشته و در نتیجه تنش خرابی کوچکتر می‌شود لذا جهت تأمین ضریب اطمینان کافی لازم است تنش مجاز کوچکتری تعیین شود.

L_b بزرگترین فاصله بین دو تکیه‌گاه جانبی در تیر می‌باشد و $L_1=\frac{635\ b_f}{\sqrt{F_y}}$ و $L_2=\frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}\times F_y}$ است. برای بررسی تیرهای بدون اتکاء جانبی از تئوری کمانش استفاده می‌شود. در عمل برای طراحی تیر بدون اتکاء جانبی مقررات ملّی ساختمانی ایران روال زیر را برای مقاطع فشرده و یا غیر فشرده بیان می‌کند. کلیه

قطعات میان هر دو تکیه گاه جانبی مجاور را باید بررسی کرد. مثلاً در تیر زیر که در نقاط A و B و C و D تکیه گاه جانبی

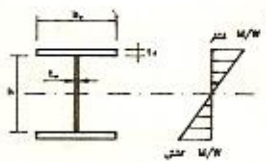


دارد باید قطعات ABC و CD بررسی شود. هر قطعه‌ای که تنش مجاز کوچکتری را نتیجه دهد آن مقدار بعنوان تنش مجاز خمشی تیر در نظر گرفته می‌شود.

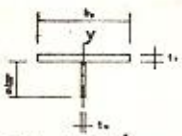
برای هر قطعه دو تنش مجاز F_{b1} و F_{b2} محاسبه شده هر کدام **بزرگتر** باشد بعنوان تنش مجاز خمشی قطعه در نظر گرفته می‌شود مشروط به اینکه از مقدار $0.6F_y$ بزرگتر نباشد در غیر اینصورت مقدار $0.6F_y$ بعنوان تنش مجاز خمشی قطعه محسوب می‌شود. با کنترل کلیه قطعات، کوچکترین تنش مجاز بین آنها بعنوان تنش مجاز خمشی تیر بکار برده می‌شود.

محاسبه F_{b1}:

قطعه‌ای را که بین دو تکیه گاه جانبی قرار دارد در نظر گرفته و قسمتی از مقطع آن را که شامل مجموع بال فشاری و $\frac{1}{3}$ منطقه فشاری جان می‌باشد جدا کرده و شعاع ژیراسیون این قسمت حول محور y (محوری که از میان جان می‌گذرد) محاسبه می‌شود. مثلاً اگر مقطع تیر در آن قطعه بصورت زیر باشد:



برای محاسبهٔ F_{b1}، قسمت زیر در نظر گرفته می‌شود:



شعاع ژیراسیون این قسمت را حول محور y محاسبه کرده و اگر طول قطعه L باشد ضریب لاغری قطعه (λ) از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$r_T = r_y = \sqrt{\left(\frac{I_y}{A_T}\right)} \qquad \text{و} \qquad \lambda = \frac{L}{r_T}$$

مقدار λ با دو مقدار λ_1 و λ_2 مقایسه شده و بر اساس آن F_{b1} محاسبه می‌شود :

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72\times 10^5 C_b}{F_y}\right)} \quad و \quad \lambda_2 = \sqrt{\left(\frac{360\times 10^5 C_b}{F_y}\right)} = \sqrt{5}\ \lambda_1$$

سه حالت وجود دارد:

I) اگر $\lambda < \lambda_1$ باشد اثر لاغری ناچیز بوده و تنش مجاز خمشی قطعه فقط به حد تسلیم فولاد بستگی داشته و داریم : $F_{b1} = 0.6F_y$

II) اگر $\lambda_1 \le \lambda < \lambda_2$ باشد در اینصورت هم حد تسلیم و هم لاغری موثر می‌باشند.

$$F_{b1} = \left[\frac{2}{3} - \frac{\lambda^2 . F_y}{1075\times 10^5 C_b}\right] . F_y \le 0.6\ F_y$$

III) اگر $\lambda \ge \lambda_2$ باشد فقط لاغری تعیین کننده است و داریم :

$$F_{b1} = \frac{120\times 10^5 C_b}{\lambda^2} \le 0.6\ F_y$$

محاسبهٔ F_{b2} :

بطور کلی برای تمام مقادیر λ داریم :

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{\frac{Ld}{A_f}} \le 0.6 F_y$$

C_b : ضریب خمش

L : طول قطعه بین دو تکیه گاه جانبی

A_f : مساحت بال فشاری

d : ارتفاع مقطع می‌باشد.

بطور خلاصه در تیرهایی با مقطع فشرده یا غیر فشرده که در آنها $L_b > L_1$ یا $L_b > L_2$ باشد برای هر قطعه :

$$F_{bx} = \min\left\{0.6\ F_y \ ,\ \text{Max}\ \{F_{b1}\ ,\ F_{b2}\}\right\}$$

F_{bx} برای قطعات مختلف در طول تیر محاسبه شده هرکدام کوچکتر باشد بعنوان تنش مجاز تیر در نظر گرفته می‌شود.

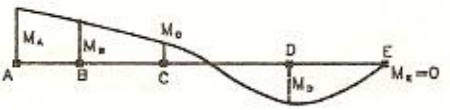
تعیین C_b:

C_b ضریبی است که مربوط به تغییرات لنگر در طول آزاد بال است و از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$C_b = 1.75 + 1.05\frac{M_1}{M_2} + 0.3\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \quad \text{و} \quad 1 \leq C_b \leq 2.3$$

M_1 و M_2 مقادیر لنگرهای دو انتهای قطعه مورد نظر است و $|M_2| \geq |M_1|$.

به تیر زیر که در نقاط D,C,B,A تکیه گاه جانبی داشته و دیاگرام لنگر آن نشان داده شده است، توجه کنید:



برای قطعات این تیر تعیین علامت $\frac{M_1}{M_2}$ بصورت زیر است:

برای قطعهٔ AB: $\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_B}{M_A} < 0$

برای قطعهٔ BC: $\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_C}{M_B} < 0$

برای قطعهٔ CD: $\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_C}{M_D} > 0$

برای قطعهٔ DE: $\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_E}{M_D} = 0$

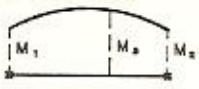
به حالات زیر نیز توجه کنید:

1ـ اگر در قطعه مورد نظر و در منحنی الاستیک آن فقط یک انحناء بوجود آید یعنی بصورت ⌒ باشد مثلاً در کنسول مقابل وضعیت کمانش جانبی بحرانی بوده و $\frac{M_1}{M_2} < 0$ است.

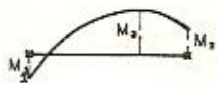
2ـ اگر در قطعه میان دو تکیه گاه جانبی نقطهٔ عطفی وجود داشته باشد یعنی دیاگرام

لنگر خمشی تغییر علامت دهد کمانش جانبی خطر کمتری داشته و $\frac{M_1}{M_2}>0$ است مشروط به اینکه بصورت حالت 3 نباشد.

3 ـ اگر در قطعه‌ای دیاگرام لنگر خمشی بصورتی باشد که در نقطه‌ای مابین دو تکیه‌گاه جانبی قدرمطلق لنگر خمشی از قدرمطلق هر دو لنگر خمشی انتهای قطعه بزرگتر باشد در اینصورت قطعه مستعد کمانش جانبی بوده و $C_b=1$ است. به شکل‌های زیر توجه شود:



$M_3>M_1$
$M_3>M_2$
$\Rightarrow C_b=1$



$|M_3|>|M_1|$
$M_3>M_2$
$\Rightarrow C_b=1$

$C_b=1$

$C_b=1$ بحرانی‌ترین حالت بوده و حداکثر مقدار C_b به 2.3 محدود می‌شود.

تذکر 1 ـ در محاسبهٔ F_{b1} برای تسریع در محاسبات در مقاطع نورد شده می‌توان از رابطهٔ $r_T=1.2r_y$ استفاده کرد که r_y شعاع ژیراسیون کل مقطع حول y می‌باشد که در جداول پروفیلها بر حسب واحد cm آمده است. شعاع ژیراسیون را با i نیز نشان می‌دهند.

تذکر 2 ـ برای مقاطع I شکل نورد شده موجود اکثراً $F_{b2}>F_{b1}$ می‌باشد پس در محاسبات اکثراً F_{b2} تعیین کننده است . بعضی مواقع ممکن است در نیمرخهای بزرگ مقدار F_{b1} بزرگتر از F_{b2} گردد امّا اختلاف بین آنها ناچیز بوده بطوریکه از نظر طراحی می‌توان F_{b2} را ملاک محاسبه قرار داد.

تذکر 3 ـ شرط استفاده از رابطهٔ F_{b2} آنستکه بال فشاری پرو سرتاسری بوده و شکل مقطع آن تقریباً مستطیل باشد و مساحت آن کمتر از سطح مقطع بال کششی نباشد. این شروط در مقاطع I و ⌐ شکل برقرار است.

تذکر 4 ـ برای مقاطع ناودانی که نسبت به محور قوی خود تحت خمش قرار

می‌گیرند، تنش مجاز فقط از رابطهٔ F_{b2} تعیین می‌شود.

تذکر 5 ـ برای اعضای خمشی با مقطع فشرده و یا غیر فشرده که طول آزاد و نگهداری نشده آنها در منطقه فشاری (L_b) بیش از مقدار L_1 یا L_2 باشد، تنش کششی مجاز در خمش $0.6F_y$ است.

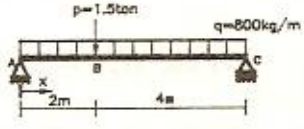
مساله

تیر زیر را در سه حالت با مقطع INP و مقطع IPE طرح دهید. $Fy=2400\ \frac{kg}{cm^2}$

الف) تیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته باشد.

ب) تیر فقط در نقاط C,B,A تکیه گاه جانبی داشته باشد.

ج) تیر فقط در نقاط A و C تکیه گاه جانبی داشته باشد.



حل)

ابتدا تیر تحلیل می‌شود :

$$R_A = \frac{0.8\times6}{2} + \frac{1.5\times4}{6} = 3.4\ \text{ton}$$

AB فاصله $0<x<2$: $M=3.4x - \frac{0.8x^2}{2} \Rightarrow M'=3.4-0.8x=0$

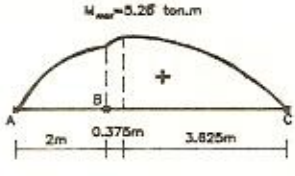
$\Rightarrow x=4.25\ m > 2$ N.G.

BC فاصله $2<x<6$: $M=3.4x - \frac{0.8x^2}{2} -1.5(x-2)$

$\Rightarrow M'=3.4-0.8x-1.5=0 \Rightarrow x=2.375\ m>2\ m$ o.k

$M_{max}= 3.4\times2.375 - \frac{0.8\times2.375^2}{2} -1.5(2.375-2) \Rightarrow M_{max}=5.26\ \text{ton.m}$

دیاگرام تغییرات لنگر بصورت زیر می‌باشد :



الف)

چون مقطع نورد شده است پس فشرده می‌باشد. در اینحالت بخاطر تکیه گاه جانبی پیوسته، اتکاء جانبی برقرار است. پس : $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{kg}{cm^2}$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{5.26\times10^5}{1584} = 332\ cm^3 \quad \text{لازم}$$

با توجه به جدول پروفیلهای فولادی مقاطع INP24 با $W_x=354\ cm^3$ و IPE27 با $W_x=429\ cm^3$ جواب مسأله می‌باشد .

ب)

در اینحالت تیر دارای دو قطعه AB و BC می‌باشد. ابتدا بعنوان حدس اولیه تنش مجاز خمشی تیر $F_{bx}=1400 \frac{kg}{cm^2}$ فرض می‌شود.

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{5.26\times10^5}{1400} = 376\ cm^3 \Rightarrow \begin{cases} \text{INP26, } W_x=442\ cm^3 \\ \text{IPE27, } W_x=429\ cm^3 \end{cases} \quad \text{لازم}$$

برای هر دونیمرخ $L_1<L_b=400$ بوده پس اتکاء جانبی ندارند. در قطعه AB، $L=2$ و $C_b=1.75$ و در قطعهٔ BC ، $L=4m$ و $C_b=1$ می‌باشد پس بدیهی است قطعه BC در این تیر که طول بزرگتر و C_b کوچکتر دارد تعیین کننده است. توضیح آنکه در قطعهٔ BC لنگر ماکزیمم در بین دو انتهای قطعه وجود دارد یعنی این لنگر از لنگرهای دو سر قطعه BC بزرگتر می‌باشد پس $C_b=1$ می‌شود.

کنترل INP26 :

INP26

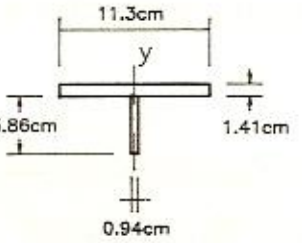
$d = 26$	cm
$h = d-2t_f = 23.18$	cm
$b_f = 11.3$	cm
$t_f = 1.41$	cm
$t_w = 0.94$	cm

$$L_1 = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635 \times 11.3}{\sqrt{2400}} = 146.5 < L_b = 400$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b1}:

باید مجموع بال فشاری و $\frac{1}{3}$ جان فشاری بررسی شود :



$h = 23.18 \text{ cm} \Rightarrow \frac{h}{2} = 11.59 \text{ cm}$ کلّ جان فشاری

$\Rightarrow (\frac{1}{3} \text{ جان فشاری}) = \frac{11.59}{3} = 3.86 \text{ cm}$

$$I_y = \frac{1.41 \times 11.3^3}{12} + \frac{3.86 \times 0.94^3}{12} = 169.8 \text{ cm}^4$$

$$A_T = 11.3 \times 1.41 + 0.94 \times 3.86 = 19.56 \text{ cm}^2$$

$$r_T = r_y = \sqrt{(\frac{I_y}{A_T})} = \sqrt{(\frac{169.8}{19.56})} = 2.946 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{400}{2.946} = 135.8$$

اگر از رابطه $r_T = 1.2 r_y$ استفاده شود: $r_T = 1.2 \times 2.32 = 2.784$ cm پس

$\lambda = \frac{400}{2.784} = 143.7$. چون λ بزرگتری بدست می‌آید پس استفاده از $r_T = 1.2 r_y$ بنفع اطمینان است.

$$\lambda_1 = \sqrt{(\frac{72 \times 10^5 C_b}{Fy})} = \sqrt{(\frac{72 \times 10^5 \times 1}{2400})} = 55$$

$$\lambda_2 = \sqrt{5}\, \lambda_1 = \sqrt{5} \times 55 = 122$$

چون $\lambda > \lambda_2$ است بنابراین :

$$F_{b1} = \frac{120 \times 10^5 \times C_b}{\lambda^2} = \frac{120 \times 10^5 \times 1}{135.8^2} = 650.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b1} = 650.7 \frac{kg}{cm^2} < 0.6Fy = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{\frac{Ld}{A_f}} = \frac{840000\times1}{\frac{400\times26}{11.3\times1.41}} = 1287 \frac{kg}{cm^2}$$

$$< 0.6Fy = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} \Rightarrow F_{bx} = 1287 \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود که در اینجا F_{b2} تعیین کننده است.

با مشخص شدن شماره نیمرخ و تنش مجاز واقعی، تیر بصورت زیر کنترل می‌شود :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{442} = 1190 \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1287 \frac{kg}{cm^2} \text{ o.k.}$$

بنابراین تیر آهن INP 26 مناسب است.

کنترل IPE27 :

IPE 27

d	27	cm
b_f	13.5	cm
t_f	1.02	cm
t_w	0.66	cm
r_y	3.02	cm

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times13.5}{\sqrt{2400}} = 175 < L_b = 400$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b1} :

$$r_T = 1.2r_y = 1.2\times3.02 = 3.624 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{400}{3.624} = 110.4$$

$$\lambda_1<\lambda<\lambda_2 \Rightarrow F_{b1}=[\frac{2}{3}-\frac{\lambda^2 F_y}{1075\times10^5 C_b}]\times F_y=[\frac{2}{3}-\frac{110.4^2\times2400}{1075\times10^5\times1}]\times2400$$

$$\Rightarrow F_{b1} = 947\ \frac{kg}{cm^2} < 0.6\ F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b2}:

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{400\times27/(13.5\times1.02)} = 1071\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} < 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 1071\ \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود که در اینجا نیز F_{b2} تعیین کننده است.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{429} = 1226\ \frac{kg}{cm^2} > F_{bx} = 1071\ \frac{kg}{cm^2}\ \text{N.G.}$$

پس نیمرخ IPE27 ضعیف می‌باشد.

نیمرخ IPE30 با $W_x = 557\ Cm^3$ کنترل می‌شود.

$$L_1 = \frac{635\times b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times15}{\sqrt{2400}} = 194 < L_b = 400$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2r_y = 1.2\times3.35 = 4.02\ cm$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{400}{4.02} = 99.5$$

$$\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = [\frac{2}{3} - \frac{\lambda^2 F_y}{1075\times10^5 C_b}]\ F_y$$

$$F_{b1} = [\frac{2}{3} - \frac{99.5^2\times2400}{1075\times10^5\times1}]\times2400 = 1069.5\frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y$$

محاسبهٔ F_{b2}:

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{400\times30/(15\times1.07)} = 1123.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} < 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 1123.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود که در اینجا نیز F_{b2} تعیین کننده می‌باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{557} = 944\ \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1123.5\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k.}$$

پس تیر آهن IPE30 جواب مسأله می‌باشد.

ج)

در این حالت در A و C تکیه گاه جانبی وجود دارد و با توجه به دیاگرام تغییرات لنگر $C_b=1$ بوده و کل تیر بعنوان قطعه مورد نظر می‌باشد. بافرض $F_{bx}=1100\ \frac{kg}{cm^2}$ اساس مقطع لازم برابر است با:

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{5.26\times10^5}{1100} = 478\ cm^3 \Rightarrow \begin{cases} INP28, W_x = 542\ cm^3 \\ IPE30, W_x = 557\ cm^3 \end{cases}$$

کنترل INP28:

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635}{\sqrt{2400}}\ b_f \simeq 13b_f = 13\times11.9 = 154.7 < L_b = 600$$

پس تیراتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2r_y = 1.2\times2.45 = 2.94\ cm \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{600}{2.94} = 204.08$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120\times10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120\times10^5\times1}{204.08^2} = 288\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b1} = 288\ \frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b2}:

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{600\times28/(11.9\times1.52)} = 904.4\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 904.4\ \frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 904.4\ \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود که برای این نیمرخ نیز F_{b2} با اختلاف زیادی نسبت به F_{b1} تعیین کننده می‌باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{542} = 970\ \frac{kg}{cm^2} > F_{bx} = 904.4\ \frac{kg}{cm^2}\ \text{N.G.}$$

پس INP28 ضعیف می‌باشد.

نیمرخ INP30 با $W_x = 653\ \frac{kg}{cm^2}$ کنترل می‌شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{653} = 806\ \frac{kg}{cm^2} < 904.4\ \frac{kg}{cm^2}\quad \text{o.k.}$$

چون تنش مجاز خمشی INP30 قطعاً از تنش مجاز خمشی INP28 بزرگتر است با توجه به مقدار تنش ماکزیمم موجود، INP30 جواب مسأله می‌باشد.

کنترل IPE30:

$$L_1 = 13b_f = 13\times15 = 195 < L_b = 600$$

پس تیر انکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2r_y = 1.2\times3.35 = 4.02\ cm \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{600}{4.02} = 149.3$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120\times10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120\times10^5\times1}{149.3^2} = 538.3\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b1} = 538.3\ \frac{kg}{cm^2} < 0.6\ F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{600\times30/(15\times1.07)} = 749\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$< 0.6F_y = 1440\frac{kg}{cm}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 749\ \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود برای این نیمرخ نیز F_{b2} تعیین کننده می‌باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{557} = 944\ \frac{kg}{cm^2} > F_{bx} = 749\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{N.G.}$$

پس نیمرخ IPE30 ضعیف است.

نیمرخ IPE33 با $W_x = 713\ cm^3$ کنترل می‌شود :

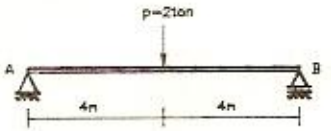
$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{713} = 738\ \frac{kg}{cm^2} < 749\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k.}$$

چون تنش مجاز خمشی IPE33 قطعاً از تنش مجاز خمشی IPE30 یعنی $749\frac{kg}{cm^2}$ بزرگتر می‌باشد با توجه به مقادیر فوق IPE33 جواب مسأله است .

توجه : چون محاسبهٔ F_{b2} آسانتر می‌باشد بهتر است اول F_{b2} محاسبه شود. اگر F_{b2} بزرگتر از $0.6F_y$ گردد در آنصورت نیازی به محاسبهٔ F_{b1} نبوده و تنش مجاز خمشی $0.6F_y$ خواهد بود.

مساله

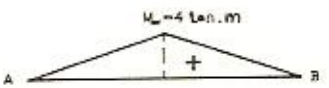
تیر زیر را که در نقاط A و B دارای تکیه‌گاه جانبی است با مقطع IPE طرح دهید. $F_y=2400\ kg/cm^2$



حل)

لنگر ماکزیمم در زیر بار منفرد بوده و برابر است با :

$$M_{max} = \frac{PL}{4} = \frac{2\times8}{4} = 4\ ton.m$$



دیاگرام تغییرات لنگر بصورت مقابل می‌باشد.

با فرض $F_{bx}= 1400\ \frac{kg}{cm^2}$ اساس مقطع لازم برابر می‌شود با :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{4\times10^5}{1400} = 286\ cm^3 \Rightarrow IPE\ 24\ ,\ W_x = 324\ cm^3$$

کنترل نیمرخ IP24 :

IPE24

d = 24		cm
b_f= 12		cm
t_f =0.98		cm
r_y = 2.69		cm

$$L_{-t} = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635}{\sqrt{2400}}\ b_f \simeq 13 b_f = 13\times12 = 156 < L_b = 800$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times24/(12\times0.98)} = 514.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 514.5\ \frac{kg}{cm^2} < 0.6\ Fy = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2\, r_y = 1.2 \times 2.69 = 3.228\ \text{cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{800}{3.228} = 248$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72\times10^5 c_b}{F_y}\right)} = \sqrt{\left(\frac{72\times10^5\times1}{2400}\right)} = 55$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\left(\frac{360\times10^5 c_b}{F_y}\right)} = \sqrt{5}\,\lambda_1 = 122$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120\times10^5\, C_b}{\lambda^2} = \frac{120\times10^5\times1}{248^2} = 195\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 514.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

لازم $W = \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{4\times10^5}{514.5} = 777\ cm^3 > W_{x\ IPE24} = 324$ N.G.

پس IPE 24 ضعیف می‌باشد.

با توجه به $W = 777\ cm^3$ لازم نیمرخ IPE33 با $W_x = 713\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$L_1 = 13b_f = 13\times16 = 208 < L_b = 800 \Rightarrow$ تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b2}:

$$F_{b2} = \frac{840000\, C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times33/(16\times1.15)} = 585\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} < 0.6\, F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2 r_y = 1.2\times3.55 = 4.26\ \text{cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{800}{4.26} = 188$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120\times10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120\times10^5\times1}{188^2} = 340\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 585\ \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود که برای این نیمرخ F_{b2} تعیین کننده می‌باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{4\times10^5}{713} = 561\frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 585\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k.}$$

پس IPE33 مناسب می‌باشد.

مساله

مسأله قبل را در حالتی که در دو انتها و در وسط تیر تکیه‌گاه جانبی وجود داشته باشد حل کنید.

حل)

با فرض اینکه $F_{bx} = 1400\ \frac{kg}{cm^2}$ داریم :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{4\times10^5}{1400} = 286\ cm^3 \Rightarrow IPE24\ ,\ W_x = 324\ cm^3$$

$$L_1 = 13b_f = 13\times12 = 156 < L_b = 400$$

با توجه به دیاگرام تغییرات لنگر $\frac{M_1}{M_2} = 0$ بوده پس $C_b = 1.75$ می‌باشد.

محاسبهٔ F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.75}{400\times24/(12\times0.98)} = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 1800\ \frac{kg}{cm^2} > 0.6\ F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

بنابراین نیازی به محاسبهٔ F_{b1} نبوده و تنش مجاز خمشی تیر

$F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

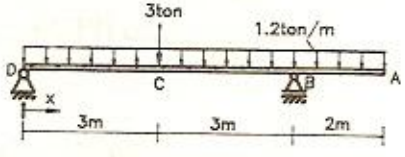
$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{4\times10^5}{324} = 1235\ \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k.}$$

پس IPE24 مناسب است.

مقایسه نتایج مسأله‌قبل‌و این مسأله اهمیت تکیه گاههای جانبی را درکاهش شماره نیمرخها نشان می‌دهد لذا باید سعی شود تا آنجاکه ممکن است برای تیرها تکیه‌گاههای جانبی کافی قرار داده شود.

مساله

تیر زیر فقط در نقاط D,C,B تکیه‌گاه جانبی دارد. آن را با مقطع INP طرح دهید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$



حل)

ابتدا تیر را تحلیل کرده و دیاگرام تغییرات لنگر خمشی رسم می‌شود :

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow 6R_D = 3\times3 + 1.2\times6\times3 - 1.2\times2\times1 \Rightarrow R_D = 4.7 \text{ ton}$$

$$0<x<3 \Rightarrow M_x = 4.7x - \frac{1.2x^2}{2} \Rightarrow M'_x = 4.7 - 1.2x = 0 \Rightarrow x = 3.9m > 3 \quad \text{N.G.}$$

$$3<x<6 \Rightarrow M_x = 4.7x - \frac{1.2x^2}{2} - 3(x-3)$$

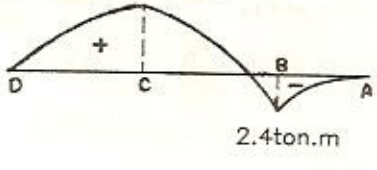
$$\Rightarrow M'_x = 4.7 - 1.2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1.4m < 3 \quad \text{N.G.}$$

با توجه به نتایج فوق مشخص می‌شود که لنگر ماکزیمم در دهانه DB در زیر بار منفرد می‌باشد.

$$M^+_{max} = 4.7\times3 - \frac{1.2\times3^2}{2} = 8.7 \text{ ton.m}$$

$$M^-_{max} = M_B = -1.2\times2\times1 = -2.4 \text{ ton.m}$$

دیاگرام تغییرات لنگر خمشی بصورت زیر می‌باشد :



با فرض $F_{bx} = 1400 \frac{kg}{cm^2}$ داریم :

لازم $W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{8.7\times10^5}{1400} = 621\ cm^3 \Rightarrow INP\ 30,\ W_x = 653\ cm^3$

کنترل نیمرخ INP30:

چون درنقطه A انتهای کنسول تکیه گاه جانبی وجود ندارد پس $L_b=2\times2=4m$ می‌باشد.

$L_1 = 13b_f = 13\times12.5=162.5 < L_b=400 \Rightarrow$ تیر اتکاء جانبی ندارد

در قطعات DC, AB چون $\frac{M_1}{M_2}=0$ است پس $C_b=1.75$ می‌باشد. در قطعه CB با توجه به دیاگرام لنگر داریم:

$$C_b=1.75+1.05\ \frac{M_1}{M_2} + 0.3\ (\frac{M_1}{M_2})^2$$

$$C_b = 1.75+1.05\times\frac{2.4}{8.7} + 0.3\ (\frac{2.4}{8.7})^2 = 2.06<2.3 \Rightarrow C_b=2.06$$

چون طول مؤثر قطعهٔ AB، $L_b=4\ m$ و ضریب خمشی آن $C_b=1.75$ می‌باشد در مقایسه با قطعات دیگر بحرانی‌ترین قطعه است. در واقع اگر درکلیه قطعات تیری با مقطع ثابت F_{b2} تعیین کننده باشد (نه F_{b1}) هر قطعه‌ای که پارامتر $\frac{L}{C_b}$ آن بزرگتر باشد تعیین کننده بوده و F_{b2} آن قطعه ـ اگر از $0.6F_y$ کوچکتر باشد ـ بعنوان تنش مجاز تیر در نظر گرفته می‌شود.

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.75}{400\times30/(12.5\times1.62)} = 2480\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 2480\ \frac{kg}{cm^2} > 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

پس نیازی به محاسبهٔ F_{b1} نبوده و تنش مجازخمشی تیر $F_{bx}=0.6F_y=1440\ \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

$$f_{bx}=\frac{M_x}{W_x} = \frac{8.7\times10^5}{653} = 1332\ \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \quad o.k.$$

پس تیرآهن INP30 جواب مسأله است.

مسأله

نمودار تغییرات تنش مجاز خمشی F_{bx} نسبت به تغییرات طول مهاربندی نشده جانبی را با بکار بردن $C_b=1$ و $C_b=2.3$ برای نیمرخهای زیر رسم کرده و محدوده مجاز طراحی را مشخص کنید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

الف) نیمرخ IPB20 ب) نیمرخ IPE20

حل)

با توجه به مطالب فصول اوّل و دوّم دو پارامتر $L_1 = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}}$ و $L_2=\frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}.F_y}$ را با طول مهاربندی نشده (فاصله آزاد بین دو تکیه‌گاه جانبی) مقایسه کرده اگر $L\leq(L_1,L_2)$ باشد با توجه به اینکه مقاطع نورد شده فوق فشرده می‌باشند تنش مجاز $F_{bx} = 0.66F_y$ خواهد بود. اگر $L>(L_1 یا L_2)$ باشد آنگاه :

$$F_{bx} = \min \{ 0.6F_y, \text{Max} (F_{b1},F_{b2}) \}$$

چون در مقاطع فوق تناسبات مقطع بگونه‌ای می‌باشد که $F_{b2}>F_{b1}$ بدست می‌آید

لذا :

$F_{bx} = \min\{0.6F_y, F_{b2}\}$ خواهد بود. بنابراین مقدار F_{b2} برای طولهای مختلف محاسبه شده و برای طولهایی که به ازاء آنها $F_{b2} \geq 0.6F_y$ می‌باشد تنش مجاز $F_{bx}=0.6F_y$ خواهد بود و به ازاء طولهایی که $F_{b2} < 0.6F_y$ باشد تنش مجاز مقدار $F_{bx}=F_{b2}$ خواهد بود. به این ترتیب دیاگرام تغییرات تنش مجاز F_{bx} نسبت به تغییرات طول مهار نشده L بدست می‌آید. چون برای هر نیمرخ یک بار $C_b=1$ و یکبار $C_b=2.3$ درنظر گرفته می‌شود لذا برای هر نیمرخ دو نمودار حاصل شده که با توجه به آنها محدودهٔ مجاز برای طراحی مشخص می‌شود.

الف) نیمرخ IPB20 :

$$L_1=\frac{635b_f}{\sqrt{F_y}}=\frac{635\times 20}{\sqrt{2400}}=259$$

$$L_2=\frac{14\times 10^5}{\frac{d}{A_f}.F_y}=\frac{14\times 10^5}{\frac{20}{20\times 1.5}\times 2400}=875$$

بنابراین به ازاء $L \leq 259$ cm تنش مجاز $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

برای $L > 259$ cm باید F_{b2} محاسبه شود :

$C_b=1$:

$$F_{b2}=\frac{840000C_b}{Ld/A_f}=\frac{840000\times 1}{L\times 20/(20\times 1.5)}=\frac{1.26\times 10^6}{L}$$

اگر $F_{b2} \leq 0.6\ F_y$ باشد تنش مجاز $F_{bx}=0.6F_y$ است. برای بدست آوردن طول متناظر با $F_{b2}=0.6F_y$ بصورت زیر عمل می‌شود:

$$F_{b2}=0.6F_y \Rightarrow \frac{1.26\times 10^6}{L}=1440 \Rightarrow L=875 \text{ cm}$$

بنابراین داریم :

$$875\ \text{cm} \geq L > 259\ \text{cm} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L > 875\ \text{cm} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = \frac{1.26\times10^6}{L}$$

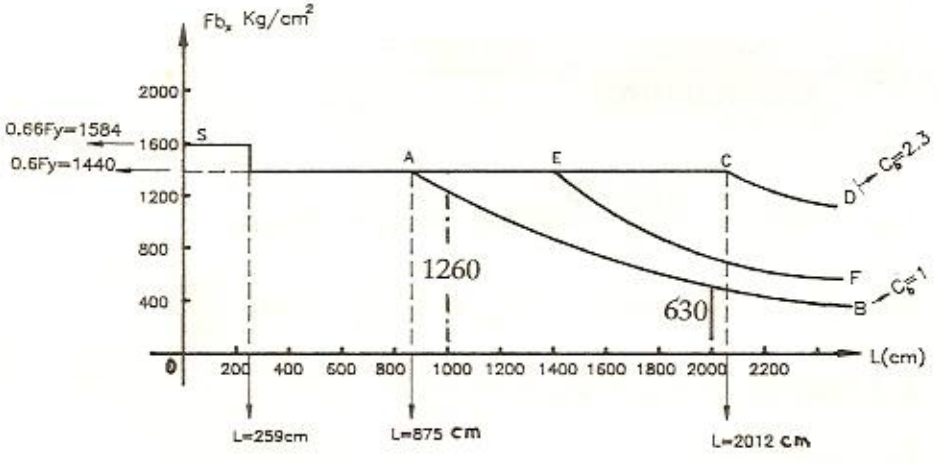
$C_b = 2.3$:

$$F_{b2} = \frac{840000\times2.3}{L\times20/(20\times1.5)} = \frac{2.898\times10^6}{L}$$

طول متناظر با $F_{b2} = 0.6F_y$ برابر است با :

$$\frac{2.898\times10^6}{L} = 1440 \Rightarrow L = 2012\ \text{cm}$$

پس دیاگرام تغییرات تنش مجاز خمشی نسبت به طول آزاد و مهاربندی نشده برای نیمرخ IPB20 بصورت زیر می‌باشد :



اگر طول مهار نشده $L \leq 875\ \text{cm}$ باشد منطقه مجاز طراحی به C_b بستگی نداشته و زیر نمودار SA می‌باشد. برای $L>875$ محدودهٔ مجاز به مقدار C_b بستگی دارد. اگر $C_b=1$ باشد محدودهٔ مجاز، زیر منحنی AB می‌باشد. اگر $1<C_b<2.3$ باشد محدودهٔ مجاز طراحی زیر منحنی متغیر AEF خواهد بود. هر قدر مقدار C_b به عدد 1 نزدیکتر باشد نقطهٔ E به نقطهٔ A و منحنی EF به منحنی AB نزدیکتر خواهد

شد و هر قدر مقدار C_b به عدد 2.3 نزدیکتر باشد نقطهٔ E به نقطهٔ C نزدیکتر خواهد شد. اگر $C_b=2.3$ باشد، محدودهٔ مجاز زیر نمودار ACD خواهد بود.

ب) نیمرخ IPE20 :

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times10}{\sqrt{2400}} = 130$$

$$L_2=\frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}.F_y} = \frac{14\times10^5}{\frac{20}{10\times0.85}\times2400} = 248$$

$$L\le130\ cm \Rightarrow F_{bx}=0.66F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$

برای $L > 130cm$ تنش مجاز به مقدار C_b بستگی دارد :

$C_b = 1$:

$$F_{b2} = \frac{840000\times1}{L\times20\ /(10\times0.85)} = \frac{3.57\times10^5}{L}$$

$$F_{b2} = 0.6F_y \Rightarrow \frac{3.57\times10^5}{L}=1440 \Rightarrow L = 248\ cm$$

$$248\ cm \ge L > 130\ cm \Rightarrow F_{bx} = 0.6\ F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L > 248\ cm \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = \frac{3.57\times10^5}{L}$$

$C_b = 2.3$:

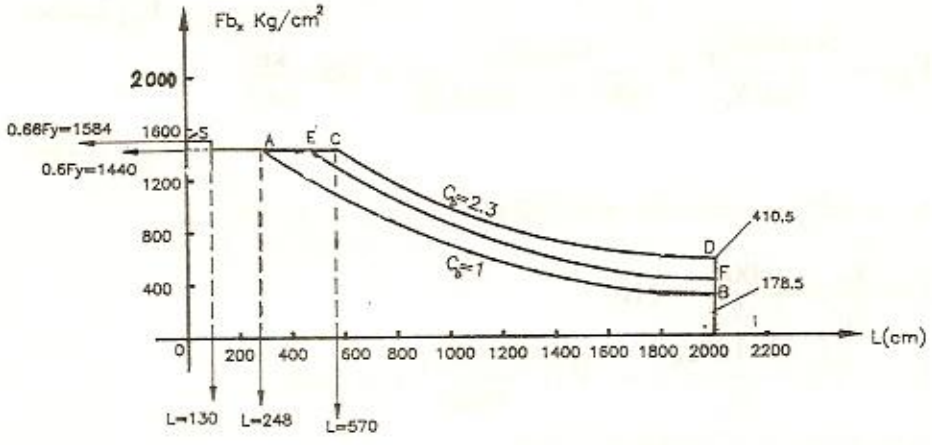
$$F_{b2} = \frac{840000\times2.3}{L\times20\ /\ (10\times0.85)} = \frac{8.211\times10^5}{L}$$

$$F_{b2}=0.6F_y \Rightarrow \frac{8.211\times10^5}{L} = 1440 \Rightarrow L = 570\ cm$$

$$570\ cm \ge L>130\ cm \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L>570\ cm \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = \frac{8.211\times10^5}{L}$$

نمودار تغییرات تنش مجاز خمشی F_{bx} نسبت به تغییرات طول مهاربندی نشده جانبی L بصورت زیر بدست می‌آید :



با توجه به نمودار داریم :

برای $L \leq 248$ cm تنش‌مجاز به مقدار C_b بستگی نداشته و محدوده مجاز، زیر نمودار SA می‌باشد. برای $L > 248$ cm تنش مجاز به C_b بستگی دارد. هر چه C_b به عدد 1 نزدیکتر باشد محدودهٔ مجازکه زیر منحنی متحرک EF می‌باشد به منحنی AB نزدیکتر و هر چه C_b به عدد 2.3 نزدیکتر باشد منحنی EF به منحنی CD نزدیکتر می‌شود.

مسأله

اندازهٔ بار منفرد مجاز P وارد بر وسط تیر دو سر ساده با نیمرخ IPE50 به طول L=6m را بدست آورید. از وزن تیر صرفنظر کرده و فرض کنید تیر در تکیه‌گاهها دارای تکیه‌گاه جانبی می‌باشد. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

حل)

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی تیر :

ابعاد نیمرخ بگونه‌ای است که مقطع فشرده بوده و نیازی به کنترل آن نمی‌باشد.

تیر اتکاء جانبی ندارد $\Rightarrow$ $L_1 = 13b_f = 13\times20 = 260 < L_b = 600$ cm

محاسبهٔ F_{b2}:

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{600\times50\ /(20\times1.6)} = 896\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2r_y = 1.2\times4.31 = 5.172\ cm$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{600}{5.172} = 116$$

$$\lambda_1 = \sqrt{(\frac{72\times10^5C_b}{F_y})} = \sqrt{(\frac{72\times10^5\times1}{2400})} = 54.8$$

$$\lambda_2 = \sqrt{5}\,\lambda_1 = \sqrt{5}\times54.8 = 122.5$$

$$\lambda_2 > \lambda > \lambda_1 \Rightarrow F_{b1} = \left[\frac{2}{3} - \frac{\lambda^2F_y}{1075\times10^5C_b}\right]\times F_y$$

$$= \left[\frac{2}{3} - \frac{116^2\times2400}{1075\times10^5\times1}\right]\times2400 = 879\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 896\ \frac{kg}{cm^2}$$

لنگر مقاوم مقطع برابر است با:

$$M_R = F_{bx}\times W_x = 896\times1930\times10^{-5} = 17.293\ ton.m$$

لنگر ماکزیمم موجود وارد بر مقطع برابر است با:

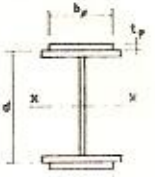
$$M_{max} = \frac{PL}{4} = \frac{P\times6}{4} = 1.5\ P$$

$$M_R \geq M_{max} \Rightarrow 17.293 \geq 1.5P \Rightarrow P \leq 11.5\ ton$$

بنابراین حداکثر بار منفرد مجاز وارد بر وسط تیر $P=11.5$ ton می‌باشد.

تقویت تیرها در برابر خمش

برای تقویت تیرها در برابر خمش،اقتصادی‌ترین و بهترین روش، تقویت بال‌های تیر می‌باشد. ممکن است هر دو بال تیر و یا فقط یکی از بالها تقویت شود. تقویت، با اتصال ورقهایی با ابعاد مناسب به بالها انجام می‌گیرد. اگر هر دو بال تیر بطور یکسان تقویت گردد تار خنثی مقطع در جای اولیه خود باقی می‌ماند. اگر هر دو بال بطور یکسان تقویت نشود و یا فقط به یک بال ورق تقویتی متصل گردد در آنصورت تار خنثی از محل اولیه خود تغییر مکان خواهد داد. اگر مقطع در دو بال بطور یکسان تقویت شود، ممان اینرسی مقطع جدید از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:



$$I_x = I_b + 2t_p.b_p\,(\frac{d}{2} + \frac{t_p}{2})^2$$

در بدست آوردن رابطه فوق از ممان اینرسی ورقها نسبت به محور خود صرفنظر شده است. مدول مقطع کل که از رابطهٔ $W=\frac{I_x}{(d/2+t_p)}$ کل، بدست می‌آید باید از مدول مقطع لازم که از رابطهٔ $W=\frac{M_{max}}{F_{bx}}$ بدست می‌آید بزرگتر باشد.

I_b : ممان اینرسی مقطع بدون ورقهای تقویتی، نسبت به محور خمش x است.

در حالت فوق که مقطع در هر دو بال بطور یکسان تقویت می‌شود برای حدس اولیه ابعاد ورق تقویتی می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد :

$$A_p = t_p.b_p = \frac{\text{لازم } W - 0.9W_b}{d}$$

که W_b مدول مقطع اولیه (مقطع بدون ورق تقویتی) می‌باشد.

در حالتیکه تیر مشکل کمانش جانبی دارد (یعنی تنش مجاز خمشی تیر بواسطه کمانش جانبی خیلی کمتر از $0.6F_y$ می‌شود) اقتصادی‌تر آنستکه فقط بال فشاری تیر تقویت شود و در بعضی مواقع لازم می‌شود که هر دو بال تقویت شود اما نه بطور مساوی بلکه بال فشاری با ورقهای بزرگتری نسبت به بال کششی تقویت می‌گردد.

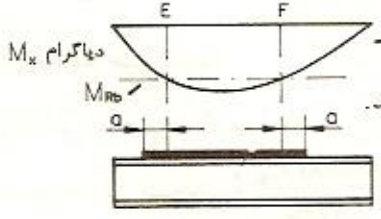
در حالتیکه فقط بال فشاری تیر بواسطه کمانش جانبی تقویت می‌گردد ابعاد ورق تقویتی را می‌توان از رابطهٔ زیر حدس زده و سپس کنترل نمود:

$$A_p = t_p.b_p = 1.2\,\frac{\text{لازم } W - W_b}{d}$$

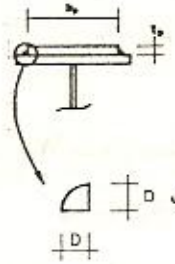
محاسبهٔ طول ورق تقویتی:

طول ورق تقویتی محدودیت داشته و لازم نیست تیر را در تمام طول آن تقویت نمود، بلکه با توجه به دیاگرام تغییرات لنگر خمشی، طول تئوریک ورق تقویتی محاسبه می‌شود.

اگر $M_{Rb} = W_b.F_b$، لنگر مقاوم مقطع اولیه (بدون ورقهای تقویتی) باشد در شکل زیر، EF طول تئوریک ورق تقویتی است. طول تئوریک، محل اتصال ورق به تیر را مشخص می‌کند.



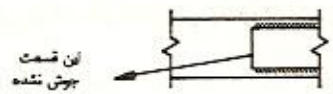
در عمل با توجه به جوش اتصال ورق تقویتی به بال، اندازهٔ طول ورق تقویتی را با توجه به روابط زیر مقداری (دوبرابر a) بزرگتر از طول تئوریک محاسبه شده در نظر می‌گیرند.



الف) اگر $D \geq \frac{3}{4} t_p \Rightarrow a \geq b_p$

ب) اگر $D < \frac{3}{4} t_p \Rightarrow a \geq 1.5 b_p$

ج) اینحالت به بُعد جوش بستگی نداشته بلکه به نحوهٔ اتصال جوشی بستگی دارد. اگر اتصال بصورت زیر باشد آنگاه :



$\Rightarrow a \geq 2b_p$

a اندازه افزایش طول ورق تقویتی در دو طرف طول تئوریک ورق است.

نحوهٔ افزایش طول ورق (a) در شکل صفحهٔ قبل نشان داده شده است. چگونگی محاسبهٔ طول ورق تقویتی در حل مسائل تشریح شده است. توجه داشته باشید که تقویت تیر همیشه اقتصادی نمی‌باشد و باید هزینه ورق و عملیات جوشکاری را نیز در نظر داشته و نباید از افزایش شماره تیرآهن نگران بود.

طبق مقررات ملی ساختمانی ایران ابعاد ورقهای تقویتی روی بال تیر با دو خط اتصال در دو لبه موازی، باید شرایط زیر را دارا باشد:

در مقاطع فشرده $\frac{b_p}{t_p} \leq \frac{1590}{\sqrt{F_y}}$

در مقاطع غیر فشرده $\frac{b_p}{t_p} \leq \frac{1995}{\sqrt{F_y}}$

F_y تنش تسلیم فولاد ورق تقویتی می‌باشد.

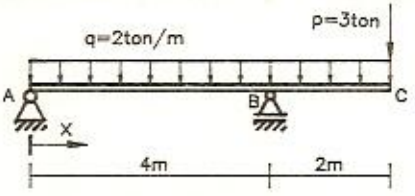
توجه: در محاسبهٔ $F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f}$ d, اندازه کل ارتفاع مقطع و A_f

مساحت کل بال فشاری می‌باشد.

پس در مقاطع تقویت شده d ارتفاع نیمرخ به اضافه ضخامت ورقهای تقویتی و A_f سطح بال فشاری نیمرخ به اضافه مساحت ورق تقویتی متصل به بال‌فشاری خواهد بود.

مساله

تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته می‌باشد مطلوبست :



الف : طراحی تیر با مقطع INP .

ب : اگر ارتفاع تیر آهن موجود 4 cm کوچکتر از ارتفاع تیرآهن لازم باشد، ابعاد تسمه‌های تقویتی متصل به بالها را بدست آورید. دو بال بطور یکسان تقویت می‌شوند. حد تسلیم فولاد تیر آهن و ورقها برابر است با $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$.

حل)

تحلیل تیر :

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow 2\times4\times2 = 2\times2\times1 + 3\times2 + 4R_A \Rightarrow R_A = 1.5\text{ton}$$

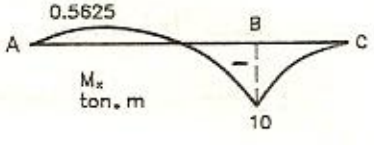
$$\uparrow \Sigma F = 0 \Rightarrow R_B = 2\times6+3-1.5 = 13.5\text{ ton}$$

AB دهانه : $M = 1.5x - \frac{2x^2}{2} \Rightarrow M' = 1.5-2x = 0 \Rightarrow x = 0.75\text{m}$

$$M_{max} = 1.5 \times 0.75 - 0.75^2 = 0.5625\text{ ton.m}$$

$$M_B = -3\times2-2\times2\times1 = -10\text{ ton.m}$$

دیاگرام تغییرات لنگر بصورت مقابل می‌باشد:



بنابراین لنگر طراحی $M=10\ ton.m$ است.

الف) چون نیمرخ نورد شده می‌باشد پس مقطع فشرده است و بواسطه تکیه گاه جانبی پیوسته،تیر اتکاء جانبی دارد پس تنش مجاز خمشی تیر برابر است با :

$$F_{bx} = 0.66F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{10\times10^5}{1584} = 631.3cm^3 \Rightarrow INP\ 30\ ,\ W_x = 653\ cm^3 \quad \text{لازم}$$

ب) چون تیر آهن INP26 با $W_x=442cm^3$ در دسترس می باشد با توجه به اینکه $W_x=631.3\ cm^3$ لازم ، پس باید این تیر آهن تقویت شود.

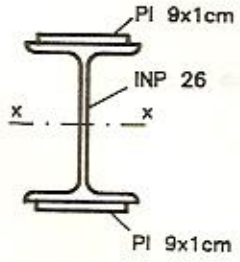
INP26	$W_b = 442$	cm^3
	$I_b = 5740$	cm^4
	$d=26$	cm

چون مشکل تیر کمانش جانبی نبوده و دو بال تیر بطور یکسان تقویت می‌شود، پس‌از رابطهٔ تخمینی زیر استفاده می‌شود :

$$A_p = t_p.b_p = \frac{W_{\text{لازم}} - 0.9W_b}{d} = \frac{631.3-0.9\times442}{26} = 8.98\ cm^2$$

ورق $9\times1cm$ انتخاب و کنترل می‌شود.

شکل مقابل مقطع جدید بوده و ممان اینرسی آن برابر است با :



$$I_x = I_b + I(\text{ورقها})$$

$$I_x = 5740 + 2\times9\times1\times(\frac{26}{2}+\frac{1}{2})^2 = 9020\ cm^4$$

مدول مقطع جدید برابر است با:

$$W = \frac{9020}{(13+1)} = 644cm^3 > W_{\text{لازم}} = 631cm^3$$

پس ورق $9\times1\ cm$ مناسب است.

محاسبهٔ طول ورق تقویتی :

ابتدا طول تئوریک ورق محاسبه می‌شود :

$$M_{Rb}=W_b\times F_b = 442\times1584\times10^{-5} = 7 \text{ ton.m}$$

یعنی INP26 بدون ورق تقویتی 7 ton.m لنگر مجاز (با اطمینان کافی) را تحمل می‌کند.

$$M_{AB} = 1.5x-\frac{2x^2}{2} = 1.5x-x^2$$

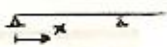
چون لنگردر نقطهٔ بحرانی B منفی است، نقطهٔ ابتدای طول تئوریک ورق از حلّ معادلهٔ درجه دوم زیر بدست می‌آید:

$$1.5x-x^2 = -7 \Rightarrow x^2-1.5x-7=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=3.5 \text{ m} \\ x_2 = -2 \text{ m} \end{cases}$$

$x_2=-2$ چون منفی است غیر قابل قبول است. و جواب $0<x_1=3.5 \text{ m}<4$ قابل قبول است.

نقطهٔ انتهای طول تئوریک ورق بصورت زیر محاسبه می‌شود :

روش اوّل)



$$M_{BC} = 1.5x - \frac{2x^2}{2} + 13.5\,(x-4) = -x^2 + 15x-54$$

$$-x^2+15x-54=-7 \Rightarrow x^2-15x+47=0 \begin{cases} x_1=10.54 \text{ m}>6\text{m} \text{ غیرقابل قبول} \\ x_2=4.46\text{m} \end{cases}$$

$4<x_2 = 4.46 \text{ m}<6$ قابل قبول است.

بنابراین طول تئوریک ورق تقویتی برابر است با :

$$L_p=4.46-3.5=0.96 \text{ m}=96 \text{ cm}$$

روش دوّم)

$$M_{CB} = -3x-\frac{2x^2}{2}=-3x-x^2$$

$$-3x-x^2=-7 \Rightarrow x^2+3x-7=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=1.54\ \text{m} & \text{قابل قبول} \\ x_2=-4.54\ \text{m} & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$L_p=6-3.5-1.54=0.96\ \text{m}=96\ \text{m}$$

محاسبهٔ طول عملی ورق تقویتی:

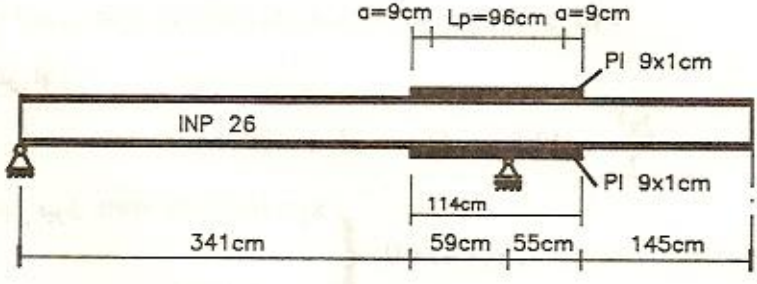
با فرض اینکه بُعد جوش اتصال ورق به بال تیر $D=0.8\ \text{cm}$ باشد افزایش طول تئوریک ورق تقویتی از هر طرف برابر خواهد بود با :

$$D=0.8\ \text{cm} > \frac{3}{4}t_p=\frac{3}{4}\times 1=0.75\ \text{cm} \Rightarrow a \geq b_p=9\ \text{cm}$$

با انتخاب $a=9\ \text{cm}$، از هر طرف $9\ \text{cm}$ به طول تئوریک ورق اضافه می‌شود بنابراین طول عملی ورق تقویتی برابر است با :

طول عملی $L=L_p+2a=96+2\times 9=114\ \text{cm}$

اتصال ورقها به تیر بصورت زیر خواهد بود:



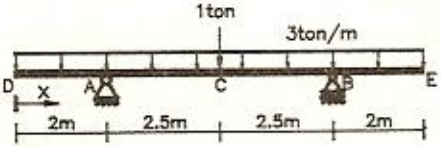
تذکر:

در تعیین ابعاد ورقها باید دقت کرد که عرض ورق (b_p) به اندازه‌ای باشد که جای کافی برای جوش ورق به بال تیر موجود باشد.

در این مسأله عرض بال INP26، $b_f=11.3\ \text{cm}$ است پس در هر طرف بال به اندازهٔ $\frac{b_f-b_p}{2}=\frac{11.3-9}{2}=1.15\ \text{cm}$ جای خالی وجود دارد. با توجه به اینکه بُعد جوش $D=0.8\ \text{cm}$ است پس جوشکاری امکان پذیر می‌باشد.

مساله

.تیر زیر را که دارای تکیه گاه جانبی پیوسته می‌باشد در نظر بگیرید:



اولاً : آن را با مقطع IPE طرح دهید.

ثانیاً : اگر ارتفاع مقطع موجود 5 سانتیمتر کوچکتر از ارتفاع مقطع مورد نیاز باشد ابعاد ورقهای تقویتی متصل به دو بال را بدست آورید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$.

حل)

تحلیل تیر:

$$R_A = \frac{1}{2} + \frac{3\times9}{2} = 14\ ton$$

$$M_C = 14\times2.5-3\times4.5\times\frac{4.5}{2} = 4.625\ ton.m$$

$$M_A = M_B = -3\times2\times1 = -6\ ton.m$$

اولاً : چون تیر نورد شده و دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است پس تنش مجاز خمشی آن برابر است با :

$$F_{bx} = 0.66Fy = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6\times10^5}{1584} = 379\ cm^3 \Rightarrow IPE27,\ W_x=429\ cm^3 \quad \text{لازم}$$

ثانیاً :

چون مقطع موجود IPE22 با $W_b=252\ cm^3$ می‌باشد با توجه به اینکه W لازم در نقطهٔ C برابر است با :

$$W = \frac{4.625\times10^5}{1584} = 292\ cm^3 > W_b=252\ cm^3 \quad \text{لازم}$$

پس تیر در نقاط A و B و C نیاز به تقویت دارد که در نقاط A و B مشابه می‌باشد.

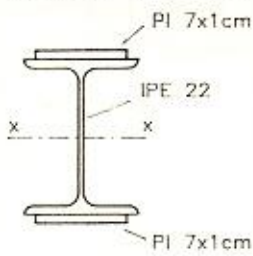
ابتدا ابعاد ورق تقویتی در نقطه A محاسبه می‌شود؛ چون هر دو بال بطور یکسان تقویت می‌شود پس :

$$A_p=t_p.b_p = \frac{W_{\text{لازم}}-0.9W_b}{d} = \frac{379-0.9\times252}{22} = 6.92\ cm^2$$

پس ورق 7×1 cm انتخاب شده و چون عرض بال IPE22، $b_f=11$ cm است پس جای مناسب برای جوشکاری اتصال ورق به بال تیر وجود دارد.

IPE22

W_b =	252	cm^3
I_b =	2770	cm^4
d=	22	cm



$$I_x = 2770 + 2\times7\times1\times(\frac{22}{2} + \frac{1}{2})^2 = 4621\ cm^4$$

$$W_x = \frac{4621}{11+1} = 385\ cm^3 > W_{\text{لازم}}=379\ cm^3$$

بنابراین ورق 7×1 cm مناسب می‌باشد.

محاسبهٔ طول ورق تقویتی :

$$M_{Rb} = W_b.F_{bx} = 252\times1584\times10^{-5}=4\ ton.m$$

$$0<x<2 : \quad M_{DA} = -\frac{3x^2}{2} \Rightarrow -\frac{3x^2}{2} = -4 \Rightarrow x = \pm1.63\ m$$

$$\Rightarrow x = 1.63\ m<2\ m \quad o.k$$

$$2< x <4.5: \quad M_{AC} = 14\,(x-2) - \frac{3x^2}{2} = -1.5x^2 + 14x - 28$$

$$-1.5x^2+14x-28 = -4 \Rightarrow 1.5x^2 - 14x + 24 = 0 \begin{cases} x_1 = 7.1\text{m} > 4.5\text{m} \\ x_2 = 2.26\ \text{m} \end{cases}$$

قابل قبول

بنابراین طول تئوریک ورق برابر است با :

$$L_p = 2.26 - 1.63 = 0.63\ \text{m} = 63\ \text{cm}$$

اگر فرض شود بُعد جوش $D=0.8\text{cm}$ باشد در اینصورت :

$$D = 0.8\ \text{cm} > \frac{3}{4}t_p = \frac{3}{4} \times 1 = 0.75\ \text{cm} \Rightarrow a \geq b_p = 7\ \text{cm}$$

با انتخاب $a=7\ \text{cm}$ طول عملی ورق برابر است با : $L = 63 + 2\times 7 = 77\ \text{cm}$

پس ابعاد ورق در نقطهٔ A و B $77 \times 7 \times 1\ \text{cm}$ می‌باشد.

محاسبهٔ ابعاد ورق تقویتی در نقطهٔ C :

$$A_p = t_p.b_p = \frac{\text{لازم } W - 0.9W_b}{d} = \frac{292 - 0.9\times 252}{22} = 2.96\ \text{cm}^2$$

ورق $4\times 0.8\ \text{cm} = 3.2\ \text{cm}^2$ انتخاب و کنترل می‌شود :

$$I_x = I_b + I_x\ (\text{ورقها}) = 2770 + 2\times 4\times 0.8 \times \left(\frac{22}{2} + \frac{0.8}{2}\right)^2 = 3601\ \text{cm}^4$$

$$W_x = \frac{3601}{11+0.8} = 305\ \text{cm}^3 > \text{لازم } W = 292\ \text{cm}^3 \qquad \text{o.k}$$

بنابراین ورق $4\times 0.8\ \text{cm}$ مناسب است.

محاسبهٔ طول ورق تقویتی : $M_{Rb} = W_b.F_{bx} = 4\ \text{ton.m}$

$$2<x<4.5: \quad M_{AC} = -1.5x^2 + 14x - 28 \Rightarrow -1.5x^2 + 14x - 28 = 4$$

$$1.5x^2 - 14x + 32 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5.33m > 4.5m & \text{غیر قابل قبول است} \\ x_2 = 4m & \text{قابل قبول است} \end{cases}$$

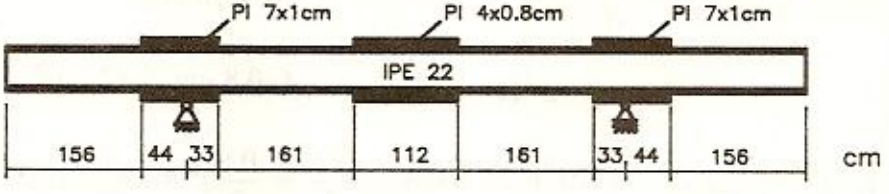
$x=4m$ محل یک انتهای طول تئوریک ورق می‌باشد. با توجه به تقارن تیر بدون محاسبه مشخص می‌شود که انتهای دیگر ورق در فاصله 4 متری نقطهٔ E قرار دارد. پس طول تئوریک ورق برابر است با :

$$L_p = 9 - 2\times 4 = 1m = 100\ cm$$

اگر بُعد جوش $D=0.5\ cm$ فرض شود $D<\frac{3}{4}\ t_p = 0.6\ cm$ می‌باشد پس $a \geq 1.5b_p = 6\ cm$ می‌گردد. با انتخاب $a=6\ cm$ طول عملی ورق تقویتی برابر می‌شود با :

$$L = L_p + 2a = 100 + 2\times 6 = 112\ cm$$

محل ورقهای تقویتی متصل به تیر بصورت زیر می‌باشد :

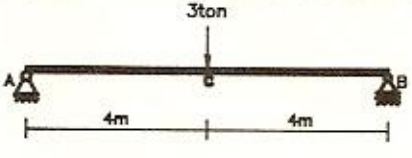


مساله

تیر زیر فقط در نقاط B,A دارای تکیه گاه جانبی است.

اولاً : آن را با مقطع IPE طرح دهید.

ثانیاً : اگر ارتفاع تیرآهن موجود 7 cm کمتر از ارتفاع تیر آهن لازم باشد ابعاد ورق تقویتی را که فقط به بال فشاری متصل می‌شود تعیین کنید $F_y=2400\ kg/cm^2$.



حل)

$$R_A = R_B = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ ton}$$

$$M_{max} = M_c = 1.5 \times 4 = 6 \text{ ton.m}$$

چون طول تیر زیاد بوده و فقط در دو انتهای آن تکیه گاه جانبی وجود دارد، لذا تنش مجاز خمشی آن بعنوان حدس اولیه $F_{bx}=800 \frac{kg}{cm^2}$ در نظر گرفته می‌شود :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6\times10^5}{800} = 750 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE 36} , W_x = 904 \text{ cm}^3$$

کنترل مقطع IPE36 :

IPE 36

d	$= 36$	cm
b_f	$= 17$	cm
t_f	$= 1.27$	cm
r_y	$= 3.79$	cm

$L_1 = 13b_f = 13\times17 = 221 < L_b = 800 \Rightarrow$ تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000\, C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times36/(17\times1.27)} = 630 \frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b1} :

$$r_T = 1.2\, r_y = 1.2 \times 3.79 = 4.548 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{800}{4.548} = 175.9$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72\times10^5\, C_b}{F_y}\right)} = \sqrt{\left(\frac{72\times10^5\times1}{2400}\right)} = 55$$

$$\lambda_2 = \sqrt{5}\,\lambda_1 = \sqrt{5}\times55 = 122.4$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120\times10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120\times10^5\times1}{175.9^2} = 388 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = 630 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6\times10^5}{904} = 664\ \frac{kg}{cm^2} > F_{bx} = 630\ \frac{kg}{cm^2}\ \text{N.G.}$$

نیمرخ IPE36 ضعیف بوده، نیمرخ IPE40 کنترل می‌شود :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6\times10^5}{1160} = 517\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2}=\frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times40/(18\times1.35)} = 638\ \frac{kg}{cm^2} > f_{bx} = 517\ \frac{kg}{cm^2}\ \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPE 40 جواب مسأله می‌باشد.

ثانیاً :

چون نیمرخ موجود IPE 33 با $W_b=713\ cm^3$ است ، پس باید تقویت شود.

با توجه به اینکه مشکل تیرکمانش جانبی می‌باشد فقط بال فشاری تقویت شده و از رابطهٔ تقریبی زیر استفاده می‌گردد:

$$A_p=t_p.b_p = 1.2\times\frac{\text{لازم } W-W_b}{d}$$

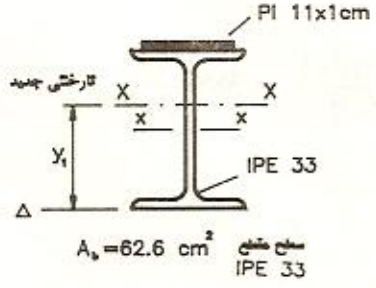
برای IPE33 تنش مجاز خمشی بصورت زیر محاسبه می‌شود :

$$F_{bx} = F_{b2} = \frac{840000\times1}{800\times 33/(16\times1.15)} = 585\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\text{لازم } W = \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6\times10^5}{585} = 1026\ cm^3$$

$$A_p = 1.2 \times \frac{1026-713}{33} = 11.4\ cm^2$$

با توجه به اینکه عرض بال IPE 33 ، $b_f=16$ cm است ورق 11×1 cm انتخاب و کنترل می‌شود. بدیهی است که بال فشاری دراین تیربال فوقانی می‌باشد. چون فقط بال فوقانی تقویت شده پس تار خنثی به بال بالا نزدیک می‌شود.



برای تعیین محل جدید تار خنثی، نسبت به محور دلخواه Δ گشتاور استاتیک گرفته می‌شود :

$$S_\Delta = 62.6 \times \frac{33}{2} + 11\times1\times(33+\frac{1}{2}) = (62.6+11\times1)\times y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = 19 \text{ cm}$$

y_1 فاصله تار خنثی جدید تا محور Δ می‌باشد.

$$I_X = 11770 + 62.6\times(19-\frac{33}{2})^2 + 11\times1\times(33+\frac{1}{2}-19)^2 = 14474 \text{ cm}^4$$

لازم به توضیح است که در اینحالت تنش مجاز خمشی بال فشاری، F_{b1} یا F_{b2} (هرکدام بزرگتر باشد) است بشرطیکه از $0.6F_y$ کوچکتر باشد و تنش مجاز بال کششی $0.6F_y$ است پس هرکدام از بالهابا تنش موجود و مجاز مربوط به خود کنترل می‌شود.

بال کششی $f_{bx} = \frac{M.y_1}{I_X} = \frac{6\times10^5\times19}{14474} = 788 \frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$ o.k

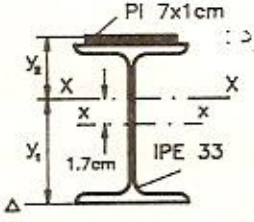
بال فشاری $f_{bx} = \frac{M\times(H-y_1)}{I_x} = \frac{6\times10^5\times(34-19)}{14474} = 622 \frac{kg}{cm^2}$

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times34/(16\times1.15+11\times1)} = 907 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} < 0.6\ Fy = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} = 280 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 907 \frac{kg}{cm^2} > f_{bx} = 622 \frac{kg}{cm^2}$$ o.k

اعداد فوق نشانگر آنستکه ورق 11×1 cm بسیار قوی می‌باشد و می‌توان ورق کوچکتری انتخاب کرد. ورق به ابعاد 7×1 cm کنترل می‌شود :



$$S_\Delta = 62.6\times\frac{33}{2} + 7\times1\times(33+\frac{1}{2}) = (62.6+7\times1)y_1$$

$$y_1 = 18.2 \text{ cm} \Rightarrow y_2 = 34-y_1 = 34-18.2 \Rightarrow y_2 = 15.8 \text{ cm}$$

$$I_X = 11770 + 62.6\times1.7^2 + 7\times1\times(15.8-0.5)^2 = 13589 \text{ cm}^4$$

بال کششی $f_{bx} = \frac{M.y_1}{I_X} = \frac{6\times10^5\times18.2}{13589} = 804 \frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y = 1440\frac{kg}{cm^2}$ o.k

بال فشاری $f_{bx} = \frac{M.y_2}{I_X} = \frac{6\times10^5\times15.8}{13589} = 698 \frac{kg}{cm^2}$

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times34/(16\times1.15+7\times1)} = 784 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 784 \frac{kg}{cm^2} > f_{bx} = 698 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k}$$

بنابراین ورق 7×1 cm مناسب است.

محاسبهٔ طول ورق تقویتی :

$$M_{Rb} = F_b.W_b = 585\times713\times10^{-5} = 4.17 \text{ ton.m}$$

$$M_{AC} = 1.5x \Rightarrow 1.5x = 4.17 \Rightarrow x = 2.78 \text{ m}$$

با توجه به تقارن تیر، انتهای دیگر طول تئوریک ورق به فاصله 2.78 m از نقطه B می‌باشد.

$$L_p = 800-2\times278 = 244 \text{ cm}$$

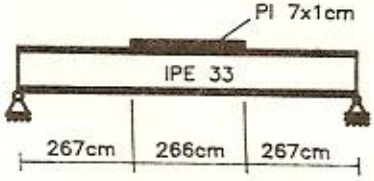
اگر بُعد جوش اتصال ورق به بال تیر D=0.6 cm باشد آنگاه :

$$D < \frac{3}{4}t_p = 0.75 \text{ cm} \Rightarrow a \geq 1.5b_p = 10.5 \text{ cm}$$

با انتخاب a=11 cm طول عملی ورق برابر می‌شود با :

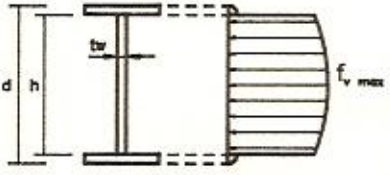
$$L = L_p + 2\times a = 244 + 2\times11 = 266 \text{ cm}$$

شکل اجرائی تیر تقویت شده بصورت مقابل می‌باشد:



بررسی معیاربرش درطراحی اعضا خمشی

در مقاومت مصالح بیان‌شده‌که تنش برشی در یک مقطع از رابطهٔ $f_v=\frac{V.Q}{I.b}$ محاسبه می‌شود. با توجه به فرمول فوق توزیع تنش برشی در مقاطع I شکل، که ضخامت جان آن نسبت به عرض بال خیلی کوچک است، بصورت زیر در می‌آید:



این توزیع تنش نشان می‌دهد که از نظر برش، جان تیر در وضعیت بحرانی بوده و برش را جان تیر تحمّل می‌کند.

برای کنترل مقاومت مقطع در برابر برش، بصورت زیر عمل می‌شود :

در صورتیکه $\frac{h}{t_w}\leq\frac{3185}{\sqrt{F_y}}$ باشد، تنش مجاز برشی مقطع $F_v=0.4F_y$ در نظر گرفته می‌شود. ابعاد جان در مقاطع نورد شده به گونه‌ای است که این شرط برقرار است. اگر در مقطعی $\frac{h}{t_w}>\frac{3185}{\sqrt{F_y}}$ باشد، کمانش قطری جان نیز مؤثر خواهد بود. مسائل مربوط به اینحالت در بحث تیر ورقها بیان می‌شود.

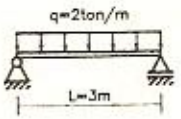
تنش ماکزیمم برشی از رابطهٔ آئین‌نامه‌ای $f_{vmax}=\frac{V_{max}}{d.t_w}$ محاسبه می‌شود. طراحی

مقطع باید به گونه‌ای باشد که رابطهٔ زیر برقرار باشد: $f_{vmax} \le F_v$

برش در تیرهایی تعیین کننده است که دهانه آن کوچک بوده و بار متمرکز بزرگی بر آن وارد شود.

مساله

تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است. آن را با مقطع INP طرح داده و مقاومت آن را در برابر برش کنترل کنید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$.



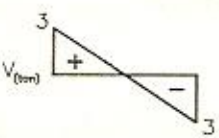
حل)

طراحی تیر از نظر خمش :

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{2\times3^2}{8} = 2.25\ ton.m$$

$$W_x \ge \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{2.25\times10^5}{1584} = 142\ cm^3 \Rightarrow INP18\ ,\ W_x = 161\ cm^3$$

کنترل برش :



دیاگرام تغییرات نیروی برش بصورت مقابل می‌باشد :

$$f_{Vmax} = \frac{V_{max}}{d.t_w} = \frac{3\times10^3}{18\times0.69} = 242\ \frac{kg}{cm^2}$$

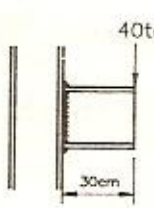
$$h=d-2t_f = 18-2\times1.04 = 15.92\ cm$$

$$\frac{h}{t_w} = \frac{15.92}{0.69} = 23 < \frac{3185}{\sqrt{F_y}} = \frac{3185}{\sqrt{2400}} = 65 \Rightarrow F_v = 0.4F_y = 960\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{vmax} = 242\ \frac{kg}{cm^2} < F_v = 960\ \frac{kg}{cm^2} \qquad o.k$$

مساله

کنسول کوتاه نشان داده شده را با مقطع IPE طرح دهید.



$$F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$$

حل)

$$M_{max} = 40\times0.3 = 12 \text{ ton.m}$$

$$W \geq \frac{M_{max}}{F_{bx}} = \frac{12\times10^5}{1584} = 758 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE 36, } W_x = 904 \text{ cm}^3$$

کنترل برش :

چون مقطع نورد شده است $F_v = 0.4F_y = 960 \frac{kg}{cm^2}$

$$f_{vmax} = \frac{V_{max}}{d.t_w} = \frac{40\times10^3}{36\times0.8} = 1389 \frac{kg}{cm^2} > F_v \quad \text{N.G.}$$

کنترل IPE40 :

$$f_{vmax} = \frac{40\times10^3}{40\times0.86} = 1163 \frac{kg}{cm^2} > F_v = 960 \frac{kg}{cm^2} \qquad \text{N.G.}$$

کنترل IPE45 :

$$f_{vmax} = \frac{40\times10^3}{45\times0.94} = 946 \frac{kg}{cm^2} < F_v = 960 \frac{kg}{cm^2} \qquad \text{o.k.}$$

بنابراین نیمرخ IPE45 مناسب می‌باشد.

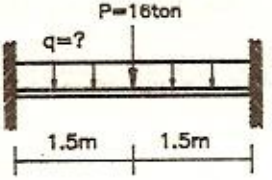
مساله

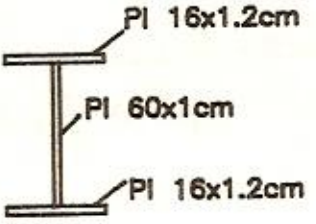
ـ مقطع تیر دو سر گیردار زیر نشان داده شده است.

اولاً : حداکثر نیروی برشی مجاز مقاوم مقطع چقدر می‌باشد.

ثانیاً : حداکثر شدت بار مجاز q را از نظر تحمل برش محاسبه کنید.

$$F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$$





حل)

اولاً :

$$\frac{h}{t_w} = \frac{60}{1} = 60 < \frac{3185}{\sqrt{F_y}} = 65 \Rightarrow F_v = 0.4\, F_y = 960 \frac{kg}{cm^2}$$

نیروی برش مقاوم $V_R = F_v.d.t_w = 960\times(60+2\times1.2)\times1 = 59904\ kg = 59.9\ ton$

ثانیاً :

نیروی برشی ماکزیمم در تیر $\frac{qL+p}{2}$ می‌باشد:

$$V_{max} \le V_R \Rightarrow \frac{3q+16}{2} \le 59.9 \Rightarrow q \le 34.6 \frac{ton}{m}$$

کنترل خیز در تیرها

هنگامیکه بر یک تیر بار وارد می‌شود، تیر تغییر شکل داده و به شکل منحنی در می‌آید، که به آن خیز تیر نیز گفته می‌شود. حداکثر مقدار خیز یک تیر بسته به مکان استفاده از آن باید به مقداری محدود گردد.

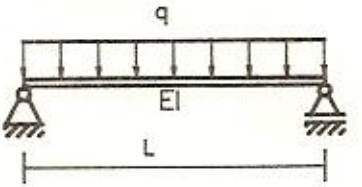
طبق مقررات ملی ساختمانی ایران تیرها و شاهتیرهایی که سقف‌های گچ‌کاری شده را تحمل می‌کنند، باید طوری محاسبه شوند که تغییر مکان ماکزیمم نظیر بار مرده و زنده از $\frac{1}{240}$ طول دهانه و تغییر مکان نظیر بار زنده از $\frac{1}{360}$ طول دهانه بیشتر نشود. بعضی مواقع ممکن است خیز تیر به عددهای کوچکتری مثلاً $\frac{1}{500}$ طول دهانه محدود شود.

بنابراین روال محاسبه به اینصورت خواهد بود که با توجه به روشهای مطالعه شده در دروس مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها مقدار خیز ماکزیمم تیر محاسبه شده و با مقدار خیز مجاز مقایسه می‌شود. مقدار خیز موجود نباید از خیز مجاز تجاوز کند. در تیرهایی که در ساختمانهای معمولی مورد استفاده قرار می‌گیرند

(یعنی دهانه تیر و بار وارد بر آن در محدوده‌های متعارف می‌باشد)، اگر $d \geq \frac{L}{25}$ باشد، بجز در موارد استثنائی، مشکل خیز وجود نخواهد داشت. در رابطهٔ فوق d ارتفاع نیمرخ و L طول تیر می‌باشد.

در ساختمانهای معمولی، عموماً تیرها تحت بارگسترده یکنواخت می‌باشد و در حالتیکه دو سر مفصلی باشند خیز ماکزیمم در آنها برابر است با :

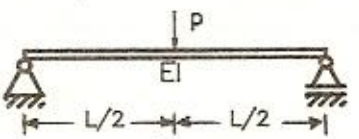
$$\delta_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI}$$



که در آن :

q شدت بارگستردهٔ یکنواخت وارد بر تیر ، L طول تیر و EI سختی خمشی تیر می‌باشد.

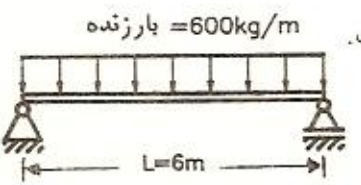
در حالتیکه بار منفرد در وسط تیر دو سر مفصل وارد شود خیز ماکزیمم تیر برابر است با : $\delta_{max} = \frac{1}{48} \cdot \frac{PL^3}{EI}$



مقدار خیز تیرها را در حالات دیگر بارگذاری و شرایط مختلف تکیه گاهی می‌توان با رجوع به روشهای مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها محاسبه نمود. خیز در طراحی تیرهایی تعیین کننده است که دارای دهانه بزرگ بوده و بار وارد بر آنها کوچک باشد.

مساله

تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است.



اولاً : آن را با مقطع INP طرح دهید.

ثانیاً : اگر تیر در سقف گچ کاری شده مورد استفاده قرار گیرد از نظر تغییر شکل نیز آن را کنترل کنید. $E=2\times10^6 \frac{kg}{cm^2}$ و $F_y=2400 \frac{kg}{cm^2}$

حل)

اولاً :

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{600\times6^2}{8} = 2700 \text{ kg.m}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bc}} = \frac{2700\times10^2}{1584} = 170.5 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{INP20} , W_x=214 \text{ cm}^3$$

ثانیاً :

مقدار خیز ماکزیمم موجود برابر است با :

$$\delta = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(600\times10^{-2})\times600^4}{2\times10^6\times2140} = 2.37 \text{ cm}$$

چون سقف گچ کاری شده و تیر تحت بار زنده می‌باشد پس خیز مجاز $\frac{1}{360}$ طول دهانه تیر است :

$$\delta \text{ مجاز} = \frac{1}{360} \times 600 = 1.67 \text{ cm} < 2.37 \text{ cm} \quad \text{N.G.}$$

چون خیز موجود بزرگتر از خیز مجاز است پس INP20 از نظر خیز جوابگو نمی‌باشد.

نیمرخ INP22 کنترل می‌شود :

$$\delta_{max} \text{ موجود} = \frac{5}{384} \cdot \frac{600\times10^{-2}\times600^4}{2\times10^6\times3060} = 1.65 \text{ cm} < 1.67 \text{ cm o.k.}$$

پس نیمرخ INP22 مناسب می‌باشد.

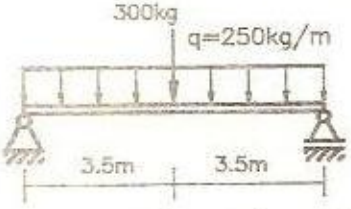
تذکّر :

در شرایطی که طول تیر زیاد بوده و بار وارده کم باشد، افزایش شماره تیر آهن غیر

اقتصادی بوده و بهتر است برای کم کردن خیز، تیر را بصورت لانه زنبوری درآورد. لانه زنبوری کردن تیر باعث افزایش ارتفاع مقطع تیر شده و در نتیجه ممان اینرسی متوسط مقطع (I_x) بزرگتر شده و مقدار خیز کاهش می‌یابد. تیرهای لانه زنبوری از نظر تحمل برش در معرض خطر می‌باشند ولی اگر شدت بار وارد بر تیر کوچک باشد مشکل برش نیز کمتر خواهد شد.

مساله

تیر زیر را با مقطع INP طرح داده و از نظر خیز کنترل نمائید. تیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته بوده و خیز مجاز آن $\frac{1}{360}$ طول دهانه است. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$ و $E=2\times10^6\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

$$M_{max}=\frac{qL^2}{8}+\frac{PL}{4}=\frac{250\times7^2}{8}+\frac{300\times7}{4}=2056\ kg.m$$

$$W_x\geq\frac{M_x}{F_{bx}}=\frac{2056\times10^2}{1584}=130\ cm^3\Rightarrow INP\ 18\ ,\ W_x=161\ cm^3$$

کنترل خیز:

$$\delta_{مجاز}=\frac{L}{360}=\frac{1}{360}\times700=1.94\ cm$$

$$\delta_{max\ موجود}=\frac{5}{384}\cdot\frac{qL^4}{EI}+\frac{1}{48}\cdot\frac{PL^3}{EI}$$

$$=\frac{5}{384}\times\frac{250\times10^{-2}\times700^4}{2\times10^6\times1450}+\frac{1}{48}\times\frac{300\times700^3}{2\times10^6\times1450}=3.44\ cm$$

$$\delta_{max}=3.44\ cm>\delta_{مجاز}=1.94\ cm\quad N.G.$$

نیمرخ INP20 کنترل می‌شود:

$$\delta_{max}=\frac{5}{384}\cdot\frac{250\times10^{-2}\times700^4}{2\times10^6\times2140}+\frac{1}{48}\cdot\frac{300\times700^3}{2\times10^6\times2140}=2.33cm>1.94\quad N.G$$

نیمرخ INP22 کنترل می‌شود:

$$\delta_{max}=\frac{5}{384}\cdot\frac{250\times10^{-2}\times700^4}{2\times10^6\times3060}+\frac{1}{48}\cdot\frac{300\times700^3}{2\times10^6\times3060}=1.63cm<1.94\quad o.k$$

پس نیمرخ INP22 مناسب می‌باشد.

اثر سوراخ در تیرهای I شکل

بعضی مواقع در تیرها بنا به ضرورت باید سوراخ ایجاد نمود. مثلاً ممکن است برای اتصال قطعات به همدیگر لازم گردد. اگر در جان تیر سوراخ ایجاد گردد چون مدول مقطع را زیاد کاهش نمی‌دهد از نظر خمش نیاز به بررسی نبوده و از اثر سوراخ صرفنظر می‌شود ولی از نظر برش باید سطح کاهش یافته جان را در محاسبه در نظر گرفت. چون به اندازهٔ (ضخامت جان × مجموع قطر سوراخ‌ها) از سطح جان کاسته می‌شود لذا اگر V نیروی برشی در مقطع سوراخ شده ، d ارتفاع نیمرخ، ΣD مجموع قطر سوراخها و t_w ضخامت جان باشد آنگاه تنش ماکزیمم برشی موجود از رابطه زیر محاسبه خواهد شد :

$$f_v = \frac{V}{(d-\Sigma D)\times t_w}$$

این تنش باید از تنش مجاز برشی کوچکتر باشد.

اگر در بال تیر سوراخ ایجاد شود، مدول مقطع کاهش قابل ملاحظه‌ای پیدا می‌کند. در ساختمانها که تحت بارهای استاتیکی می‌باشند، می‌توان از اثر سوراخهای

کوچک در بال نیز صرفنظر نمود. اگر حد تسلیم فولاد $F_y=2400\frac{kg}{cm^2}$ باشد و کمتر از 15% سطح بال سوراخ شود می‌توان از اثر سوراخ صرفنظر کرد. در صورتیکه سطح سوراخها از 15% سطح بال تجاوز کند آئین نامه اجازه می‌دهد که فقط اثر مازاد بر 15% در محاسبات اعمال گردد اما در عمل توصیه شده است که اثر کل سطح سوراخ شده، در محاسبات منظور شود و در حل مسائل این فصل نیز کل مساحت سوراخها در نظر گرفته شده است.

بطور کلی اگر رابطهٔ زیر برای یک بال برقرار باشد باید اثر سوراخها منظور گردد.

$$\frac{A_{fn}}{A_f} < \frac{F_y}{15000} + 0.69$$

که در آن :

F_y تنش تسلیم فولاد بر حسب $\frac{kg}{cm^2}$، A_f سطح مقطع $A_f=b_f\times t_f$ و A_{fn} مساحت باقیمانده بال می‌باشد یعنی مساحت بال منهای مساحت سوراخهای آن $(A_{fn}=A_f-t_f\times\Sigma D)$. توصیه شده است که مساحت سوراخها در یک بال از 25% مساحت مقطع بال بیشتر نباشد.

● اگر هر دو بال در یک مقطع از تیر بطور یکسان سوراخ شده باشند یک رابطهٔ تقریبی و عملی برای محاسبهٔ اساس مقطع نیمرخ سوراخ شده بصورت زیر بیان می‌شود :

$$I_n=I-2A_h(\frac{d}{2})^2$$

$$W_n=\frac{I_n}{d/2}=\frac{I}{d/2}-A_h.d \Rightarrow W_n=W-A_h.d$$

I_n : ممان اینرسی مقطع سوراخ شده

I : ممان اینرسی مقطع قبل از سوراخ شدن

A_h : مساحت کل سوراخهای ایجاد شده در یک بال در مقطع موردنظر

$A_h = t_f \times \Sigma D$

d : ارتفاع نیمرخ

W_n: اساس مقطع نیمرخ سوراخ شده

W : اساس مقطع نیمرخ قبل از سوراخ شدن

بنابراین در یک مقطع به ارتفاع d که در هر بال آن به اندازه سطح A_h سوراخ ایجاد شده است اندازه تقریبی کاهش مدول مقطع $A_h.d$ می‌باشد.

● اگر فقط در یک بال تیر سوراخ وجود داشته باشد تار خنثی به بال دیگر نزدیکتر می‌شود و نیاز به محاسبه خواهد بود اما در عمل راه حل زیر ارائه شده است:

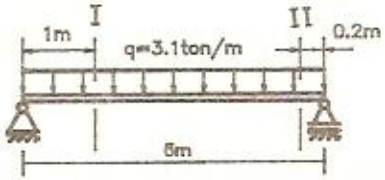
در حالتی که فقط یک بال تیر سوراخ شده است می‌توان فرض کرد که تار خنثی تغییر مکان نداده ولی بال دیگر مشابه بال سوراخ شده، دارای سوراخ می‌باشد پس می‌توان روابط قبلی را بکار برد. مثلاً مقطع که فقط در بال فوقانی دارای سوراخ است مشابه مقطع که در هر دو بال دارای سوراخ است، محاسبه می‌گردد.

اگر بر سازه‌ای بارهای دینامیکی وارد شود (مثلاً پلها) نه تنها باید اثر کوچکترین سوراخها را در نظرگرفت بلکه باید اثر تمرکز تنش در اطراف سوراخها را نیز مورد توجه قرار داد که این مورد مربوط به مبحث خستگی می‌باشد.

توجه داشته باشید که تا حد امکان باید از تعبیه سوراخهای بزرگ (جهت عبور لوله‌های گاز و آب و ...) خودداری نمود، در صورتی که لزوم آنها اجتناب ناپذیر باشد باید سعی نمود که در منطقهٔ لنگر بزرگ آنها را در جان تیر و در منطقهٔ برش بزرگ ، در بال تیر ایجاد نمود.

مساله

- تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است:



اولاً : آن را با نیمرخ IPE طرح دهید.

ثانیاً : اگر لازم باشد در جان تیر در مقطع شماره I به فاصله 1m از تکیه گاه دو سوراخ به قطرهای 2 و 3 سانتیمتر ایجاد گردد آیا نیمرخ طرح داده شده جوابگو می باشد یا خیر.

ثالثاً : اگر لازم باشد در مقطع شماره II سه سوراخ یکسان به قطر 3 cm در جان تیر ایجاد شود آیا نیمرخ طرح شده جوابگو می باشد. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$

حل)

اولاً :

$$M_{max}=\frac{qL^2}{8}=\frac{3.1\times6^2}{8}=13.95\ ton.m$$

$$W_x\geq\frac{M_x}{F_{bx}}=\frac{13.95\times10^5}{1584}=881\ cm^3\Rightarrow IPE\ 36\ ,\ W_x=904\ cm^3$$

$$V_{max}=\frac{3.1\times6}{2}=9.3\ ton$$

$$f_v=\frac{V}{d.t_w}=\frac{9.3\times10^3}{36\times0.8}=323\ \frac{kg}{cm^2}<F_v=0.4Fy=960\ \frac{kg}{cm^2}\ o.k$$

ثانیاً : مقدار نیروی برشی در مقطع شماره I برابر است با :

$$V_1=\frac{3.1\times6}{2}-3.1\times1=6.2\ ton$$

$$f_v=\frac{V}{(d-\Sigma D)\times t_w}=\frac{6.2\times10^3}{(36-(2+3))\times0.8}=250\ \frac{kg}{cm^2}<F_v=960\ \frac{kg}{cm^2}\ o.k$$

بنابراین در مقطع I می توان سوراخها را ایجاد کرد.

ثالثاً : مقدار نیروی برشی در مقطع شماره II برابر است با :

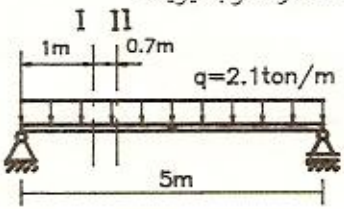
$$V_{II} = \frac{3.1\times6}{2} - 3.1\times0.2 = 8.68 \text{ ton}$$

$$f_v = \frac{V}{(d-\Sigma D)\times t_w} = \frac{8.68\times10^3}{(36-3\times3)\times0.8} = 402 \frac{kg}{cm^2} < F_v = 960 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k}$$

بنابراین در مقطع II نیز می‌توان سوراخها را ایجاد کرد.

مساله

تیر زیر را که دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است در نظر بگیرید:



اولاً : آن را با مقطع IPE طرح دهید.

ثانیاً : اگر لازم باشد که در مقطع شماره I در هر بال تیر دو سوراخ به قطر 1.5 cm ایجاد شود، آیا نیمرخ طرح داده شده جوابگو می‌باشد یا خیر؟

ثالثاً : اگر لازم باشد همین سوراخها در مقطع II نیز ایجاد گردد آیا نیمرخ طرح داده شده جوابگو می‌باشد یا خیر؟ در صورت خیر شماره تیر آهن مناسب را محاسبه کنید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

حل)

اولاً:

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{2.1\times5^2}{8} = 6.56 \text{ ton.m}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6.56\times10^5}{1584} = 414 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE } 27 \text{ , } W_x = 429 \text{ cm}^3$$

ثانیاً :

$$A_h = 2\times1.5\times1.02 = 3.06 \text{ cm}^2 \begin{cases} > 0.15\ A_f = 0.15\times13.5\times1.02 = 2.07 \text{ cm}^2 \\ < 0.25\ A_f = 0.25\times13.5\times1.02 \doteq 3.45 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

چون مساحت سوراخها بزرگتر از 15% مساحت بال است باید اثر آن را در نظر گرفت و چون کمتر از 25% سطح بال است توصیه مربوطه نیز رعایت شده است.

$$W_n = W - A_h.d = 429 - 3.06\times27 = 346\ cm^3$$

مقدار لنگر در مقطع شماره I برابر با :

$$M_I = \frac{2.1\times5}{2}\times 1 - 2.1\times1\times\frac{1}{2} = 4.2\ ton.m$$

تنش خمشی ماکزیمم در مقطع شماره I برابر است با :

$$f_{bI} = \frac{M_I}{W_n} = \frac{4.2\times10^5}{346} = 1214\ \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$

پس این نیمرخ در مقطع شماره I جوابگو می‌باشد.

ثالثاً : مقدار لنگر در مقطع شماره II برابر است با:

$$M_{II} = \frac{2.1\times5}{2}\times 1.7 - 2.1\times1.7\times\frac{1.7}{2} = 5.89\ ton.m$$

$$f_{bII} = \frac{M_{II}}{W_n} = \frac{5.89\times10^5}{346} = 1702\ \frac{kg}{cm^2} > F_{bx} = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$ N.G.

پس نیمرخ IPE27 در مقطع شماره II جوابگو نمی‌باشد. نیمرخ IPE30 کنترل می‌شود :

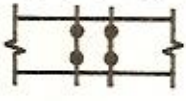
$$A_h = 2\times1.5\times1.07 = 3.21\ cm^2 > 0.15\ A_f = 0.15\times15\times1.07 = 2.4\ cm^2$$

$$W_n = W - A_h.d = 557 - 3.21\times30 = 460.7\ cm^3$$

$$f_{bII} = \frac{M_{II}}{W_x} = \frac{5.89\times10^5}{460.7} = 1278\ \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$ o.k

پس نیمرخ IPE30 مناسب می‌باشد.

تذکر : معمولاً افزایش شماره تیرآهن غیر اقتصادی بوده و راه حل منطقی نمی‌باشد. باید سعی شود در مقطع مقدار A_h کاهش داده شود. در صورت امکان بهترین روش برای رفع این مشکل آنستکه قطر سوراخها را در مقطع کاهش داده ولی بصورت زیر تعداد آنها را بیشتر کرده و در ردیفهای دیگری سوراخها را برروی بال تیر اجرا کرد.

مثلاً به جای از  استفاده شود.

خمش دو محوره ـ طراحی لاپه‌ها

در مقاطع تحت خمش دو محوره، اگر برآیند نیروهای وارد بر مقطع از مرکز برش بگذرد پیچش در مقطع بوجود نمی‌آید. در اینحالت مقطع وقتی جوابگو است که رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

که در آن داریم :

f_{bx} : تنش ماکزیمم ناشی از لنگر خمشی حول محور x مقطع . $f_{bx} = \frac{M_x}{W_x}$

F_{bx} : تنش مجاز خمشی تیر حول محور x که براساس مطالب فصل اوّل و دوّم در مقاطع I شکل بصورت زیر محاسبه می‌شود :

$$L_b \leq L_1 , L_2 \Rightarrow \begin{cases} F_{bx} = 0.66\ F_y & \text{در مقاطع فشرده} \\ F_{bx} = 0.6\ F_y & \text{در مقاطع غیر فشرده} \end{cases}$$

درباره پارامترهای L_1 و L_2 در فصل اول توضیحات لازم داده شده است.

در مقاطع فشرده یا غیر فشرده :

$$L_b > L_1 \text{ یا } L_2 \Rightarrow F_{bx} = \min \left\{ 0.6F_y \text{ و } \text{Max}\{F_{b1}, F_{b2}\} \right\}$$

f_{by}: تنش ماکزیمم ناشی از لنگر خمشی حول y $f_{by} = \frac{M_y}{W_y}$

F_{by}: تنش مجاز خمشی مقطع حول y.

در مقاطع فشرده: $F_{by} = 0.75\ F_y$

در مقاطع غیر فشرده: $F_{by} = 0.6\ F_y$

برای تخمین اولیه مقطع بصورت زیر عمل می‌شود :

فرض می‌شود $f_{bx} + f_{by} \leq F_{bx}$ آنگاه :

$$\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq F_{bx} \Rightarrow M_x + M_y \cdot \frac{W_x}{W_y} \leq W_x \cdot F_{bx}$$

اگر $n = \frac{W_x}{W_y}$ انتخاب شود آنگاه :

$$M_x + nM_y \leq W_x \cdot F_{bx} \Rightarrow W_x \geq \frac{M_x + nM_y}{F_{bx}}$$

$M_x + nM_y$ را لنگر معادل گویند.

مقدار n مختلف بوده و بستگی به نوع مقطع دارد. بعنوان تخمین اولیه مقادیر زیر را می‌توان در نظر گرفت :

در مقاطع INP	n= 8
در مقاطع IPE	n = 7
در مقاطع ناودانی (UNP)	n=6
در مقاطع IPB	n = 3

تذکر :

1 ـ در روابط فوق و روابط بعدی x محور قوی مقطع در خمش و y محور ضعیف مقطع در خمش می‌باشد.

2 ـ این روابط برای محورهای اصلی اینرسی مقطع (در اینجا y,x) صادق هستند و

در مقاطعی مانند ⌊ باید محورهای اصلی اینرسی مقطع مشخص شود.

3 ـ در مقاطع فشرده تنش مجاز خمشی حول محور ضعیف $F_{by}=0.75F_y$ در نظر گرفته شده است که در مقایسه با تنش مجاز خمشی حول محور قوی مقدار بزرگتری را دارد. یکی از علل این مسأله آنستکه وقتی تیری تحت خمش حول محور قوی قرار می‌گیرد خطر کمانه کردن تیر حول محور ضعیف وجود داشته و این کمانش باعث ضعف تیر می‌گردد و باید تنش مجاز را کوچکتر گرفته و در محاسبهٔ آن به کمانش جانبی‌تیر نیز توجه شود. اما در خمش تیر حول محور ضعیف خطر کمانه کردن تیر حول محور قوی وجود نداشته و نیازی به کنترل کمانش جانبی نمی‌باشد. البته دلایل دیگری نیز وجود دارد که برای اطلاع از آنها باید به کتابهای مرجع مراجعه کنید.

4 ـ با توجه به رابطهٔ لنگر معادل M_x+nM_y مشاهده می‌شود که هر واحد M_y ، n برابر شده و در واقع n برابر هر واحد M_x اثر دارد لذا در طراحی و اجرای قطعات باید تا آنجا که ممکن است تلاش نمود مقدار M_y کاهش داده شود.

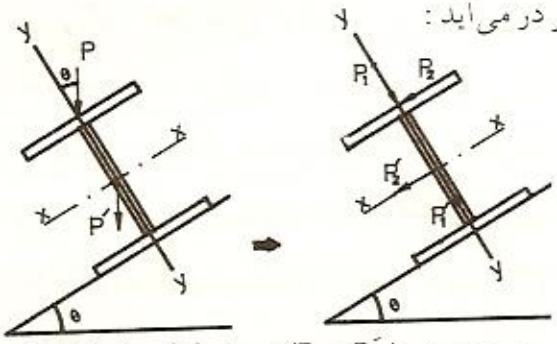
5 ـ معمولاً بارگذاری تیرها بصورتی است که بارها بر بال فوقانی تیر وارد می‌شود و در صورت وجود بارهای موازی عرض بال، برآیند بارها از مرکز برش مقطع نمی‌گذرد و در مقطع پیچش ایجاد می‌شود. چون تئوری پیچش خصوصاً برای مقاطع غیر دایره‌ای پیچیده و وقت گیر می‌باشد، از یک روش عملی در این مواقع استفاده می‌شود که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

طراحی لاپه‌ها:

لاپه‌ها تیرهایی می‌باشند که برروی سقفهای شیبدار مورد استفاده قرارگرفته تا پوشش سقف برروی آن قرار گیرد. پس بارهای وارد بر لاپه‌ها، وزن خود تیر به‌

اضافه بار برف و ... و وزن پوشش روی لاپه می‌باشد. لاپه یکی از انواع تیرهایی است که تحت خمش دو محوره و پیچش قرار می‌گیرد.

اگر بار ناشی از سقف P و وزن تیر P´ نامیده شود، چون مقطع تیر نسبت به سطح افق دارای زاویه θ می‌باشد، بارهای P و P´ در امتداد محورهای اصلی اینرسی مقطع تجزیه شده و بصورت زیر در می‌آید :



$$\begin{cases} P_1 = P\ \mathrm{Cos}\theta \\ P_2 = P\ \mathrm{Sin}\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} P'_1 = P'\ \mathrm{Cos}\theta \\ P'_2 = P'\ \mathrm{Sin}\theta \end{cases}$$

با دقت در شکل فوق مشاهده می‌شود که بار $(P_1+P'_1)$ ایجاد M_x می‌نماید یعنی فقط خمش حول محور x را سبب می‌شود. بار P'_2 فقط خمش حول محور y یعنی M'_y را ایجاد می‌کند. اما بار P_2، هم خمش حول محور y یعنی M_y و هم پیچش در مقطع یعنی M_z را بوجود می‌آورد.

در عمل برای طراحی اینگونه تیرها فرض می‌شود که اثر نیروهای P_1، P'_1 و P'_2 را کل مقطع تیر تحمل کرده ولی اثر نیروی P_2 را فقط بال فوقانی تیر تحمل می‌کند و این فرض اثر پیچش وارد بر مقطع را جبران می‌نماید. در مقاطعی که معمولاً بعنوان لاپه مورد استفاده قرار می‌گیرند بالهای بالا و پایین مقطع یکسان بوده و ضخامت جان در مقایسه با عرض بال کوچک می‌باشد بنابراین می‌توان نوشت :

I_y کل مقطع $= I_{yw}$ جان $+ 2I_{yf}$ بال

اگر از اثر جان صرفنظر شود : $I_y = 2I_{yf}$ کل مقطع

پس اساس مقطع کل برابر است با: $W_y = \dfrac{I_y}{b_f/2} = \dfrac{2I_{yf}}{b_f/2}$.

از طرفی اساس مقطع یکبال برابر است با : $W_{yf}=\frac{I_{yf}}{b_f/2}$

با مقایسه روابط فوق نتیجه می‌شود که : $W_{yf} = \frac{W_y}{2}$

برای تخمین اولیه مقطع لاپه در صورتیکه از وزن لاپه صرفنظر شود رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$f_{bx} + f_{by} \le F_{bx} \Rightarrow \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_{yf}} \le F_{bx} \Rightarrow M_x + \frac{M_y.W_x}{W_y/2} \le W_x.F_{bx}$$

با انتخاب $n = \frac{W_x}{W_y}$ رابطهٔ تخمینی زیر بدست می‌آید :

$$\text{لازم } W_x \ge \frac{M_x+2nM_y}{F_{bx}}$$

در رابطهٔ فوق M_x لنگر ناشی از P_1 و M_y لنگر ناشی از P_2 می‌باشد و ظاهر شدن ضریب 2 (در عبارت 2n) بخاطر اثر پیچش است. دربارهٔ مقادیر تخمینی عدد n نیز قبلاً توضیح داده شده است.

در صورتیکه در مقطع M_y' (بدون اثر پیچش) نیز وجود داشته باشد رابطهٔ تقریبی فوق بصورت زیر در می‌آید: (در لاپه‌ها معمولاً چنین اثری فقط در اثر وزن تیر (P_2') بوجود می‌آید.)

$$W_x \ge \frac{M_x+nM_y'+2nM_y}{F_{bx}}$$

در رابطهٔ فوق M_x لنگر ناشی از بار (P_1+P_1') و M_y' ناشی از بار P_2' و M_y ناشی از بار P_2 می‌باشد.

پس از آنکه نیمرخی برای لاپه تخمین زده شد باید آن را کنترل نمود. برای اینکار باید دو مقطع کنترل شود، یکی مقطعی از لاپه که در آن M_x ماکزیمم است و دیگری مقطعی که M_y ماکزیمم است.

کنترل مقطع لاپه :

مقطعی جوابگو می‌باشد که در آن رابطهٔ $\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$ برقرار باشد.

f_{bx} : تنش ماکزیمم در مقطع ناشی از خمش حول x:

$$f_{bx}=\frac{M_x}{W_x}$$

f_{by} : تنش ماکزیمم در مقطع ناشی از خمش حول y:

$$f_{by}=\frac{M_y}{W_y/2} + \frac{M'_y}{W_y} = \frac{2M_y+M'_y}{W_y}$$

M_x لنگر ناشی از بار $(P_1+P'_1)$ ، My لنگر ناشی از بار P_2 و $M\acute{y}$ لنگر ناشی از بار P'_2 می‌باشد . W_x و W_y اساس مقطع کل مقطع حول محورهای x و y است.

در صورتیکه در تخمین اولیه، وزن تیر را مقداری فرض کرده و M'_y براساس آن محاسبه شده باشد، درکنترل نهایی می‌توان f_{by} را از رابطهٔ زیر بدست آورد:

$$f_{by} = \frac{2M_y+M'_y\times(G/p')}{W_y}$$

در رابطهٔ فوق G وزن واقعی لاپه و p' وزن فرض شده لاپه است.

F_{bx} و F_{by} نیز تنشهای مجاز خمشی می‌باشند....

بنابراین بطور خلاصه روال طراحی لاپه‌ها بترتیب زیر می‌باشد:

1 ـ بار وارد به هر لاپه را محاسبه و وزن تیر را هم حدس زده، تصاویر آنها بر امتداد محورهای اصلی اینرسی مقطع بدست می‌آید.

2 ـ تیر را تحلیل کرده مقادیر M_x، M_y و M'_y محاسبه می‌شود.

برای محاسبهٔ M_x بار $P_1+P'_1$، برای محاسبهٔ M_y بار P_2 و برای محاسبه M'_y بار P'_2 به تیر اعمال می‌شود.

3 ـ از رابطهٔ زیر W_x لازم و از روی آن شماره تیر آهن لازم تخمین زده می‌شود :

$$W_x \geq \frac{M_x + nM_y + 2nM_y}{F_{bx} = 0.6F_y}$$

4 ـ کنترل مقطع :

پس از تخمین نیمرخ لازم ، برای کنترل آن مقادیر f_{bx} ، f_{by} ، F_{bx} و F_{by} را بگونه‌ای که قبلاً شرح داده شد محاسبه کرده و باید رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

تذکر : 1 ـ در طراحی لاپه پیشنهاد می‌شود که مقدار تنش مجاز در خمش حول محور قوی مقطع (F_{bx}) بزرگتر از $0.6F_y$ منظور نشود.

2 ـ تنش مجاز خمشی حول محور ضعیف مقطع را در مقاطع ناودانی و Z $0.6\ F_y$ در نظر بگیرید.

3 ـ با توجه به رابطهٔ تخمینی مشاهده می‌شود که اثر یک واحد M_y ، $2n$ برابر اثر یک واحد M_x است پس تا آنجا که ممکن است باید M_y را کوچکتر نمود.

برای این کار چندین راه وجود دارد:

راه اول : کوچک کردن زاویه θ ، در اینصورت مقدار P_2 کم می‌شود. یعنی یک راه کاهش شیب سقف می‌باشد. البته این کاهش محدودیت دارد.

راه دوم : استفاده از مقاطعی که $n=\frac{W_x}{W_y}$ کوچکتری دارند.

راه سوم : استفاده از میل مهار که بهترین و منطقی‌ترین روش می‌باشد.

میل مهارها عبارتند از قطعاتی که لاپه‌ها را به هم وصل کرده و در خمش حول y مقطع مانند تکیه‌گاه عمل می‌کنند در نتیجه طول تیر را به قطعات کوچکتری تقسیم کرده و M_y موجود کاهش می‌یابد. میل مهارها عموماً با میلگرد (آرماتور) طرح داده می‌شوند.

طراحی میل مهار :

لاپه در خمش حول y مقطع در نظر گرفته شده و تحت بار (P_2+P_2') تحلیل می‌شود. در اینحالت نیروی فشاری در تکیه گاه‌ها که از لحاظ اندازه همان نیروی کششی موجود در میل مهارها می‌باشد، بدست می آید این نیرو، نیروی کششی میل مهارهای ردیف آخر در پایین سطح شیبدار است (نیروی F) . برای محاسبهٔ بزرگترین نیرو در میل مهار، نیروی بدست آمده فوق را در تعداد لاپه‌ها ضرب کرده تا نیروی F_1 بدست آید. بزرگترین نیروی وارد بر میل مهار $F'=\frac{F_1}{\cos\theta}$ می‌باشد. به اشکال نشان داده شده توجه کنید.

مساحت لازم برای میل مهار از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$A \geq \frac{F'}{0.42F_y}$$

تذکر :

1 ـ در عمل لاپه‌ها را با فواصل مساوی در کنار همدیگر قرار می‌دهند بنابراین سهم بار وارد بر هر کدام از آنها تقریباً برابر می‌باشد .

2 ـ اتصال تیرهای لاپه به تیرهای اصلی سقف شیبدار بصورت دو سر مفصلی در نظر گرفته می‌شود.(در این کتاب)

3 ـ اتصال میل مهارها به جان لاپه‌ها پیچ و مهره می‌باشد.

4 ـ نیروی F' محاسبه شده برای طراحی میل مهار، بزرگترین نیروی وارد بر میل مهار فوقانی می‌باشد و در عمل چون میلگردهای کوچکی بدست می‌آید، همه میل ـ

مهارها یکسان طراحی می‌شوند. بدیهی است به میل مهارهای ردیفهای پایین‌تر نیروی کمتری وارد می‌شود.

5 ـ در تحلیل لاپه‌ها در خمش حول y، میل مهارها نقش تکیه گاه را دارند و در تحلیل لاپه‌ها در خمش حول x میل مهارها نقش تکیه گاه جانبی را ایفا می‌کنند.

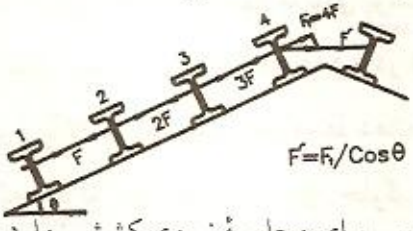
6 ـ تنش مجاز قطعات کششی $F_t=0.6F_y$ می‌باشد. از طرفی میل مهارها نیز قطعات کششی می‌باشند ولی چون در میل مهارها جهت اتصال پیچی، رزوه ایجاد می‌شود، سطح مؤثر میلگرد کاهش می‌یابد. فرض می‌شود مساحت کاهش یافته 0.7 مساحت میلگرد باشد بنابراین :

$$\frac{F'}{0.7A} \le 0.6\,F_y \Rightarrow \frac{F'}{A} \le 0.42F_y \Rightarrow \quad A \ge \frac{F'}{0.42F_y}$$

بدین ترتیب تنش مجاز کششی در میل مهارها $F_t=0.42\ Fy$ در نظر گرفته می‌شود.

پس اگر حد تسلیم فولاد میل مهار $F_y=2400\frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه $F_t\simeq 1000\frac{kg}{cm^2}$ خواهد شد.

7 ـ در محاسبهٔ نیروی وارد بر میل مهارهای ردیفهای بالاتر، میل مهارها را برروی یک راستا در نظر می‌گیرند اگر چه در عمل در یک راستا نباشند.



8 ـ یک راه سریع و تقریبی برای محاسبهٔ نیروی کششی وارد بر میل مهار استفاده از سطح بارگیر میل مهار می‌باشد.

به این ترتیب که تصاویر نیروهای وارد بر لاپه به موازات سطح شیبدار محاسبه شده و از حاصلضرب این نیروها در کل سطح بارگیر یک ردیف میل مهار، ماکزیمم نیروی کششی وارد بر میل مهار بدست آمده و میل مهار برای این نیرو

طراحی می‌شود. با این روش اکثراً نیروی کششی کوچکتری بدست آمده، پس قطر کوچکتری را برای میل مهار نتیجه داده و ضریب اطمینان کاهش می‌یابد. اگر چه این روش تقریبی بوده و تا حدودی به زیان اطمینان می‌باشد، اما چون میل مهار یک قطعه اصلی نبوده و از طرفی سرعت محاسبه نیز زیادتر می‌شود، بنابراین مورد قبول واقع شده است.

چند توصیه:

1 ـ توصیه می‌شود برای شیبهای بزرگتر از $\frac{1}{4}$ ($\theta > 14^\circ$) از میل مهار استفاده شود.

2 ـ توصیه می‌شود که حداقل تعداد میل مهارها برای پوششهای سبک (ورقهای موجدار آلومینیومی یا فولادی) در لاپه‌های بطول بیشتر از 6 متر، دو عدد و در فواصل $\frac{1}{3}$ دهانه و برای لاپه‌های با طول کمتر از 6 متر یک عدد و در وسط دهانه باشد.

3 ـ توصیه می‌شود که حداقل تعداد میل مهارها برای پوششهای سنگین (سفالی یا بتنی) در لاپه‌های با طول بیشتر از 4.2 متر، دو عدد و در فواصل $\frac{1}{3}$ دهانه و برای لاپه‌های با طول کمتر از 4.2 متر یک عدد و در وسط دهانه باشد.

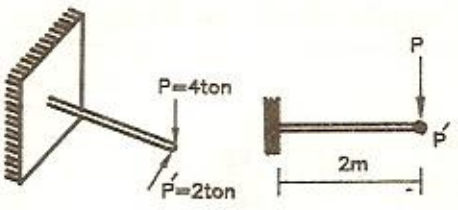
4 ـ توصیه می‌شود که حدّاقل قطر میل مهار برای جلوگیری از آسیب دیدگیهای حین اجراء ورزوه کاری $\Phi_{min}=16$ mm باشد.

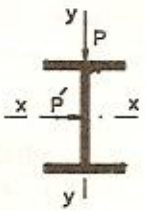
مساله

تیر طره‌ای زیر را با مقاطع زیر طرح دهید: $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

الف ـ مقطع INP.

ب ـ مقطع IPB.





حل)

در این تیر M_x ماکزیمم و M_y ماکزیمم، هر دو در انتهای گیردار تیر قرار دارند. پس کنترل آن مقطع کافی می‌باشد:

$$|M_x| = 4\times2 = 8 \text{ ton.m}$$

$$|M_y| = 2\times2 = 4 \text{ ton.m}$$

الف) با توجه به اینکه در مقطع پیچش بوجود نمی‌آید، برای تخمین اولیه مقطع از رابطهٔ زیر استفاده می‌شد:

$$W_x \geq \frac{M_x + nM_y}{F_{bx}}$$

چون مقطع از نوع INP می‌باشد $n=8$ در نظر گرفته می‌شود و با فرض $F_{bx} = 1440 \frac{kg}{cm^2}$ داریم :

$$W_x \geq \frac{(8+8\times4)\times10^5}{1440} = 2778 \text{ cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها، INP50 با $W_x = 2750 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{8\times10^5}{2750} = 291 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{4\times10^5}{268} = 1493 \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ تنشهای مجاز :

با توجه به اینکه مقطع نورد شده می‌باشد پس فشرده است.

$$L_1 = 13b_f = 13\times18.5 = 240.5 < L_b = 2\times200 = 400$$

چون انتهای کنسول تکیه‌گاه جانبی ندارد، دو برابر طول آن در محاسبات منظور می‌شود.

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.75}{400\times50/(18.5\times2.7)} = 3671\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 3671\ \frac{kg}{cm^2} > 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

بنابراین تنش مجاز خمشی تیر حول x، $F_{bx}=0.6\ F_y=1440\ \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

$$F_{by} = 0.75F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{291}{1440} + \frac{1493}{1800} = 1.03$$

با پذیرفتن مقداری ضعف، نیمرخ INP50 جواب مسأله است.

در صورت لزوم با توجه به قضاوت مهندس طراح، می‌توان تیر را در تکیه‌گاه تقویت کرد و یا نیمرخ قویتری پیشنهاد نمود.

ب) چون مقطع از نوع IPB است برای تخمین مقطع n=3 در نظر گرفته می‌شود :

$$W_x \geq \frac{(8+3\times4)\times10^5}{1440} = 1389\ cm^3 \Rightarrow IPB28\ ,\ W_x = 1380\ cm^3$$

کنترل مقطع :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{8\times10^5}{1380} = 580\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{4\times10^5}{471} = 849\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبه تنشهای مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13\times28 = 364 < L_b = 400$$

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.75}{400\times28/(28\times1.8)} = 6615\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 6615\ \frac{kg}{cm^2} > 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{by} = 0.75\ F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{580}{1440} + \frac{849}{1800} = 0.87 < 1$$

این مقطع غیر اقتصادی بنظر می‌رسد بنابراین IPB26 کنترل می‌شود :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{8\times10^5}{1150} = 696\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{4\times10^5}{395} = 1013\ \frac{kg}{cm^2}$$

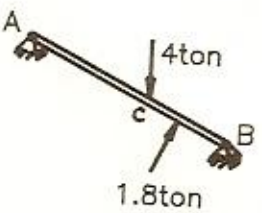
$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{696}{1440} + \frac{1013}{1800} = 1.05 > 1 \qquad \text{N.G.}$$

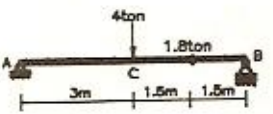
IPB26 ضعیف بوده، پس IPB28 جواب مسأله می‌باشد.

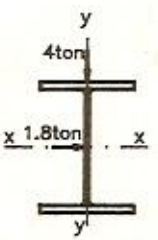
مساله

تیر زیر در نقاط C,B,A تکیه‌گاه جانبی دارد، آن را با مقطع IPE طرح دهید.

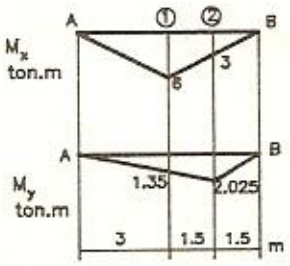
$F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$.







حل)



ابتدا تیر را تحلیل کرده و دیاگرامهای تغییرات لنگرهای خمشی حول محور x و حول محور y مقطع رسم می‌شود. توجه داشته باشید که تکیه گاه جانبی برای بال فشاری در نقطهٔ C، بعلت ضعیف بودن نمی‌تواند بعنوان تکیه گاه قائم جهت y محسوب شود. برای هر دو جهت خمش، تیر دو سرمفصلی در نظر گرفته می‌شود.

پس از رسم نمودارها، مشاهده می‌شود که باید دو مقطع از تیر کنترل گردد.

مقطع 1 :

لنگرهای خمشی وارد بر این مقطع برابرند با : $M_x = 6$ ton.m

$M_y = 1.35$ ton.m

چون مقطع از نوع IPE می‌باشد، $n=7$ منظور شده و مقطع اولیه بصورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$W_x \geq \frac{M_x + nM_y}{F_{bx}} = \frac{(6+7\times1.35)\times10^5}{0.6\times2400} = 1073 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{IPE40} \ , \ W_x = 1160 \text{ cm}^3$$

کنترل مقطع :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6\times10^5}{1160} = 517.3 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{1.35\times10^5}{146} = 925 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1 = 13b_f = 13\times18 = 234 < L_b = 300$$

$$F_{b2} = \frac{840000 \ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.75}{300\times40/(18\times1.35)} = 2977 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6\, F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{by} = 0.75\, F_y = 1800 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{517.3}{1440} + \frac{925}{1800} = 0.87 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل مقطع 2:

در این مقطع لنگرهای خمشی وارده برابرند با :

$$M_x = 3 \text{ ton.m} \quad \text{و} \quad M_y = 2.025 \text{ ton.m}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{3\times10^5}{1160} = 259 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2.025\times10^5}{146} = 1387 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 1440 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{و} \quad F_{by} = 1800 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{259}{1440} + \frac{1387}{1800} = 0.95 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین مقطع IPE 40 مناسب می‌باشد.

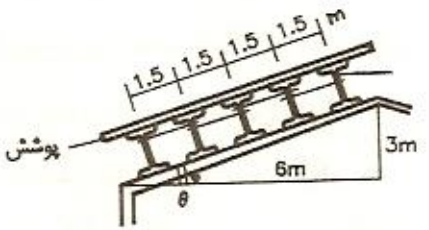
مساله

در سازه مقابل مطلوبست :

الف ـ طراحی لاپه‌ها با مقطع INP.

ب ـ طراحی میل مهارها.

ج ـ طراحی لاپه‌ها با مقطع ناودانی.



طول لاپه‌ها 8 m بوده و در فواصل 2 متری دارای میل مهار می‌باشد.

وزن پوشش + وزن برف = بار وارده $= 225+25=250 \frac{kg}{m^2}$

حل)

ابتدا بار وارد بر هر لاپه محاسبه می‌شود، چون سهم هر لاپه 1.5m از پوشش می‌باشد پس :

$$P = 250 \times 1.5 = 375 \frac{kg}{m}$$

با فرض آنکه وزن لاپه $P'=30 \frac{kg}{m}$ باشد تصاویر بارهای P و P' بر محورهای اصلی اینرسی مقطع بصورت زیر بدست می‌آید:

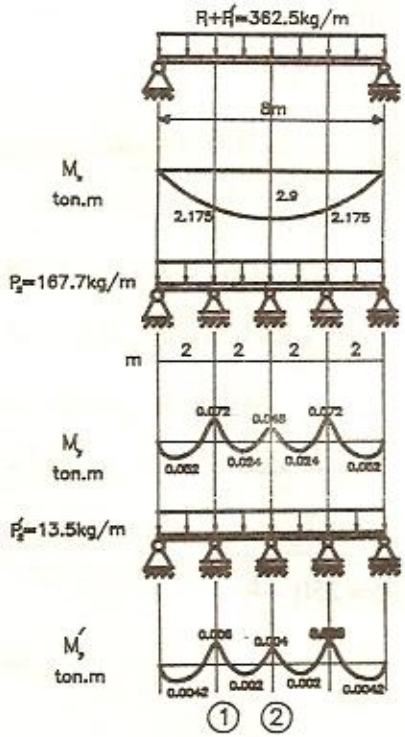
$$tg\,\theta = \frac{3}{6} = 0.5 \Rightarrow Sin\,\theta = 0.447\,,\ Cos\theta = 0.894$$

$$P_1 = P\,Cos\theta = 375 \times 0.894 = 335.5 \frac{kg}{m}$$

$$P_2 = P\,Sin\theta = 375 \times 0.447 = 167.7 \frac{kg}{m}$$

$$P_1' = P'Cos\theta = 30 \times 0.894 = 27 \frac{kg}{m}$$

$$P_2' = P'Sin\theta = 30 \times 0.447 = 13.5 \frac{kg}{m}$$



برای محاسبهٔ M_x بار (P_1+P_1') بصورت گسترده یکنواخت برروی تیر قرار داده می‌شود. در این جهت تیر دارای تکیه‌گاههای جانبی بفواصل 2m از همدیگر می‌باشد. برای محاسبهٔ M_y بار P_2 برروی تیر قرار داده می‌شود. در این جهت میل مهارها نقش تکیه گاه قائم را دارند. برای محاسبهٔ M'_y بار P'_2 بر تیر اعمال می‌شود. در اینحالت نیز میل مهارها نقش تکیه‌گاه قائم را دارند.

پس از تحلیل تیر دیاگرامهای

تغییرات لنگرهای خمشی بدست می‌آید. با توجه به دیاگرامها مشاهده می‌شود که لاپه را در دو مقطع باید کنترل کرد. یکی مقطعی است که در آن M_x ماکزیمم است یعنی مقطع 1 و دیگری مقطعی است که در آن M_y ماکزیمم است یعنی مقطع 2.

الف) بررسی در مقطع 1:

لنگرهای وارد بر این مقطع برابرند با :

$$M_x = 2.9 \text{ ton.m} \quad , \quad M_y = 0.048 \text{ ton.m} \quad , \quad M'_y = 0.004 \text{ ton.m}$$

برای تخمین مقطع چون نیمرخ از نوع INP می‌باشد، $n=8$ در نظر گرفته می‌شود :

$$W_x \geq \frac{M_x + nM'_y + 2nM_y}{F_{bx}} = \frac{(2.9+8\times0.004+2\times8\times0.048)\times10^5}{1440} = 257\text{cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها، نیمرخ INP22 با $W_x=278\text{cm}^3$ انتخاب و کنترل می‌شود :

در اینجا از اصلاح P' در محاسبهٔ f_{bx} بعلت ناچیز بودن اختلاف وزن واقعی و وزن فرض شده خودداری می‌شود.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.9\times10^5}{278} = 1044 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{by} = \frac{2M_y + M'_y \times G/P'}{W_y} = \frac{(2\times0.048+0.004\times31.1/30)\times10^5}{33.1} = 303 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13\times9.8 = 127.4 < L_b = 200$$

$$\frac{M_1}{M_2} = -\frac{2.175}{2.9} = -0.75$$

$$\Rightarrow C_b = 1.75 + 1.05\times(-0.75) + 0.3\times(-0.75)^2 = 1.13 < 2.3$$

$$F_{b2} = \frac{840000\, C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.13}{200\times22/(9.8\times1.22)} = 2579 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > 0.6\,F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{by} = 0.75\,F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{1044}{1440} + \frac{303}{1800} = 0.89 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل در مقطع 2:

لنگرهای وارد بر این مقطع برابرند با:

$M_x = 2.175$ ton.m و $M_y = 0.072$ ton.m و $M'_y = 0.006$ ton.m

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.175\times10^5}{278} = 783\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{2M_y + M'_y \times G/P'}{W_y} = \frac{(2\times0.072 + 0.006\times31.1/30)\times10^5}{33.1} = 454\ \frac{kg}{cm^2}$$

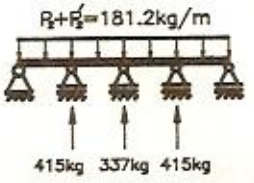
$$F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2}\ ,\ F_{by} = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{783}{1440} + \frac{454}{1800} = 0.8 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ INP22 مناسب می‌باشد.

ب)

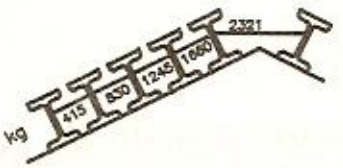
برای محاسبهٔ نیروی وارد بر میل مهارها بار $(P_2+P'_2)$ بر تیر اعمال شده و عکس‌العمل تکیه گاهها محاسبه می‌شود.



نتایج بصورت مقابل می‌باشد.

از اصلاح P'_2 صرفنظر شده است.

بزرگترین نیرو در میل مهارهای ردیف پایین $F=415$ kg می‌باشد چون تعداد لایه‌ها



5 عدد می‌باشد پس :

$$F_1 = 5F = 5 \times 415 = 2075 \text{ kg}$$

$$F' = \frac{F_1}{\text{Cos}\theta} = \frac{2075}{0.894} = 2321 \text{ kg}$$

طراحی میل مهار :

$$A \geq \frac{F'}{0.42F_y} = \frac{2321}{1000} = 2.32 \text{ cm}^2$$

پس میلگرد $\Phi 18mm$ با $A = 2.54 cm^2$ مناسب می‌باشد.

محاسبهٔ نیروی وارد بر میل مهار با روش دوّم :

وزن برف $225 \frac{kg}{m^2}$ ، وزن پوشش $25 \frac{kg}{m^2}$ ، وزن لاپه $20 \frac{kg}{m^2}$

$\text{Cos}\theta = 0.894$

$\text{Sin}\theta = 0.447$

بافرض اینکه عرض پوشش (در امتداد شیب) 7.5 متر باشد داریم :

سطح بارگیر میل مهار × تصویر بار در امتداد شیب = نیروی وارد بر میل مهار

$$= [(225+25+20) \times \text{Sin}\theta] \times [\frac{8}{4} \times 7.5] = 1810 \text{ kg}$$

معمولاً با همین نیرو میل مهار طراحی می‌شود. اما باید توجه داشت که این نیرو مشابه نیروی F_1 می‌باشد پس اگر مانند نیروی F_1 برخورد شود میل مهار باید نیروی $\frac{1810}{\text{Cos}\theta} = 2025 \text{ kg}$ تحمل کند.

ج) چون مقطع ناودانی می‌باشد، برای تخمین ، $n=6$ در نظر گرفته می‌شود.

بررسی در مقطع 1 :

$$W_x \geq \frac{M_x + nM'_y + 2nM_y}{F_{bx}} = \frac{(2.9 + 6 \times 0.004 + 2 \times 6 \times 0.048) \times 10^5}{1440} = 243 \text{cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها، UNP22 با $W_x = 245 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.9\times10^5}{245} = 1184\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{2M_y + M'_y \times G / P'}{W_y} = \frac{(2\times0.048 + 0.004\times29.4/30)\times10^5}{33.6} = 298\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.13}{200\times22/(8\times1.25)} = 2157\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440\frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{و} \quad F_{by} = 0.6\ F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{1184}{1440} + \frac{298}{1440} = 1.029$$

با پذیرفتن مقداری ضعف، قابل قبول می‌باشد.

کنترل در مقطع 2:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.175\times10^5}{245} = 888\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{(2\times0.072 + 0.006\times29.4/30)\times10^5}{33.6} = 446\ \frac{kg}{cm^2}$$

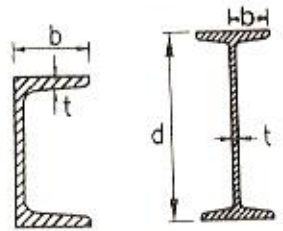
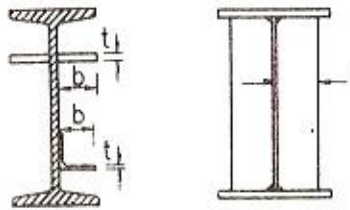
$$F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{و} \quad F_{by} = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

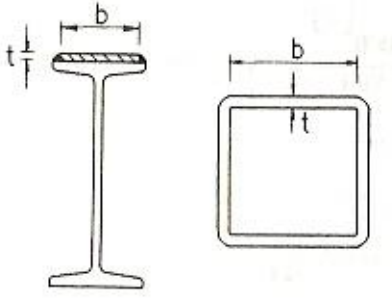
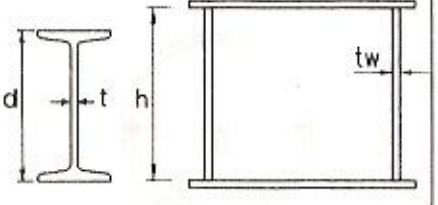
$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{888}{1440} + \frac{446}{1440} = 0.93 < 1 \quad \text{o.k}$$

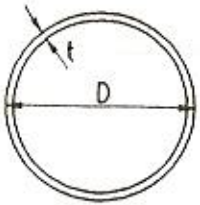
بنابراین ناودانی 22 مناسب می‌باشد.

تنش های مجاز خمشی و برشی

- تعیین محدودیتهای پهنای آزاد به‌ضخامت در عناصر فشاری تیرها:

عضو تحت تنش		پهنا	حداکثر نسبت پهنای آزاد به‌ضخامت	
توضیح	شکل	به‌ضخامت	مقاطع فشرده	مقاطع غیرفشرده
بالهای تیر نوردشده I و ناودانی در خمش		b/t	$\frac{545}{\sqrt{Fy}}$	$\frac{795}{\sqrt{Fy}}$
بالهای تیر مرکب I (با اتصال جوش) در خمش		b/t	$\frac{545}{\sqrt{Fy}}$	$\frac{795}{\sqrt{Fy/K_c^\circ}}$
تسمه‌ها یا نبشیها که به‌طور برجسته بر تیر قرار می‌گیرند. قطعات تقویتی در تیرهای مرکب.		b/t	کاربرد ندارد	$\frac{795}{\sqrt{Fy}}$

عضو تحت تنش		پهنا	حداکثر نسبت پهنای آزاد به‌ضخامت	
توضیح	شکل	به‌ضخامت	مقاطع نشرده	مقاطع غیرفشرده
ورقهای تقویتی روی بال‌تیر بادوخط اتصال در دولبهٔ موازی، بالها مقطع قوطی شکل با ضخامت ثابت جدار در خمش		b/t	$\frac{1590}{\sqrt{Fy}}$	$\frac{1995}{\sqrt{Fy}}$
جان قطعات تحت‌اثر فشار حاصل‌از خمش		$\frac{d}{t}$	$\frac{5365}{\sqrt{Fy}}$	
		$\frac{h}{t_w}$		$\frac{6370^*}{\sqrt{F_b}}$

عضو تحت خمش		پهنا	حداکثر نسبت پهنای آزاد به‌ضخامت	
توضیح	شکل	به‌ضخامت	مقاطع فشرده	مقاطع غیرفشرده
مقاطع دایره‌ای توخالی تحت خمش		$\frac{D}{t}$	$\frac{232\times10^3}{Fy}$	

در این جدول:

Fy= حد جاری شدن فولاد مصرفی $\frac{kg}{cm^2}$

F_b= تنش مجاز در خمش $\frac{kg}{cm^2}$

D= قطر خارجی لوله می‌باشد

اگر $\frac{h}{t} > 70$ باشد $K_C = \frac{4.05}{\left(\frac{h}{t}\right)^{0.46}}$ و در غیر این صورت $K_C=1$.

* پیشنهاد می‌شود به‌جای رابطهٔ مذکور، از رابطهٔ زیر که اثر نیروی محوری نیز در آن مخلوط شده استفاده شود:

$$\frac{6370}{\sqrt{F_b}}\left(1-1.25\frac{fa}{Fy}\right)$$

تعیین تنش مجاز خمشی

پارامترهای ابعادی مقطع I:

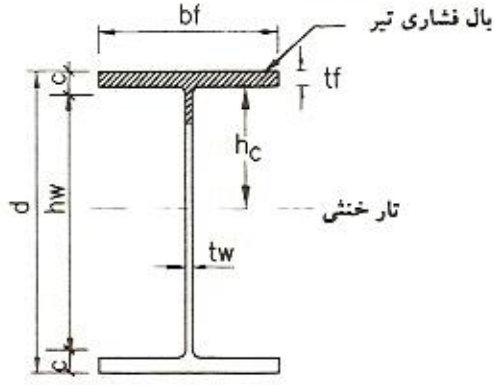
b_f= در شکل ۱ به‌نمایش در آمده است (cm)

t_f= در شکل ۱ به‌نمایش در آمده است (cm)

t_w= در شکل ۱ به‌نمایش در آمده است (cm)

d= در شکل ۱ به‌نمایش در آمده است (cm)

h_w= در شکل ۱ به‌نمایش در آمده است d−2c (cm)



شکل ۱

c= فاصلهٔ انتهای گردی اتصال بال به‌جان در نیمرخهای نوردشده، یا انتهای ساق جوش در نیمرخهای ساخته شده از وجه خارجی بال (cm)

h_c= ارتفاع بخش فشاری جان تیر (cm)

L_b= طول آزاد (فاقد مهار جانبی) بال فشاری تیر (cm)

K_c= ضریب اصلاحی

A_f= مساحت بال فشاری تیر $b_f \times t_f = (cm^2)$

F_y= تنش جاری شدن فولاد تیر (kg/cm^2)

r_T= شعاع ژیراسیون بخش هاشورخورده شکل ۱ (نیمرخ سپری) که شامل بال فشاری تیر و

$\frac{1}{3}$ جان تخت تحت فشار می‌گردد، حول محوری که عمود بر بال از مرکز صفحهٔ جان می‌گذرد.

$$r_T = \left(\frac{t_f b_f^3 / 12}{b_f \times t_f + \frac{1}{3} h_c t_w} \right)^{\frac{1}{2}} \simeq 1.2 r_y$$

F_b = تنش مجاز خمشی (kg/cm^2)

F_1 = تنش مجاز خمشی ناشی از مقاومت ستونی بال فشاری (kg/cm^2)

F_{bc} = تنش مجاز خمشی بال فشاری (kg/cm^2)

F_{bt} = تنش مجاز خمشی بال کششی (kg/cm^2)

C_b = ضریب تغییرات لنگر خمشی (مقدار محافظه‌کارانهٔ این ضریب ۱ می‌باشد و نحوهٔ تعیین مقدار دقیق آن در بند ۱۰ ـ ۱ ـ ۲ ـ ۱ آیین‌نامه معرفی شده است.)

پارامترهای ابعادی مقطع ناودانی:

b_f = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

t_f = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

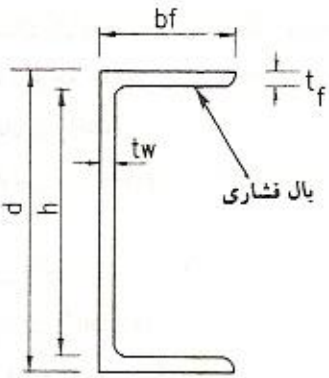
t_w = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

d = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

h = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. $d-2t_f$

L = طول مهارنشده، (بدون تکیه‌گاه جانبی) بال فشاری (cm)

A_f = سطح مقطع بال فشاری $b_f \times t_f$ (cm^2)



F_b= تنش مجاز خمشی حول محور قوی (kg/cm^2)

C_b= ضریب تغییرات لنگر خمشی

پارامترهای ابعادی مقطع جعبه‌ای:

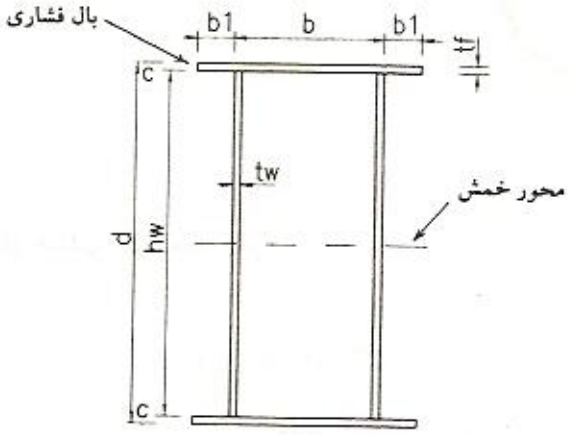
b= در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

t_f= در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

d= در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

t_w= در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

h_w= در شکل زیر معرفی شده است. (cm)



c= فاصلهٔ انتهای ساق‌جوش از وجه خارجی بال (cm)

f_a= تنش فشاری وارد بر مقطع در اثر نیروی محوری (kg/cm^2)

L_b= طول آزاد (بدون مهار جانبی) بال فشاری (cm)

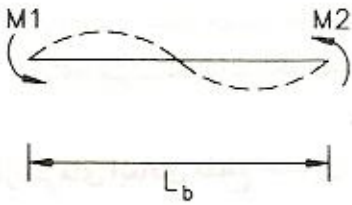
F_b= تنش مجاز خمشی (kg/cm^2)

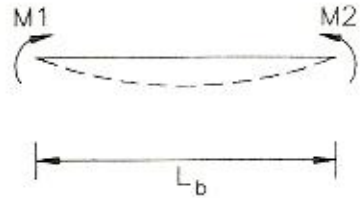
F_y= تنش جاری شدن فولاد عضو (kg/cm^2)

M_1= لنگر کوچکتر مربوط به‌یکی از دو انتهای قطعه مهارنشده

M_2= لنگر بزرگتر مربوط به‌یکی از دو انتهای قطعه مهارنشده

علامت $\frac{M_1}{M_2}$ در صورتی‌که انحنای دوبل در عضو ایجاد نمایند مثبت و در صورت ایجاد انحنای تک در مقطع منفی است.





پارامترهای ابعادی مقطع لوله‌ای:

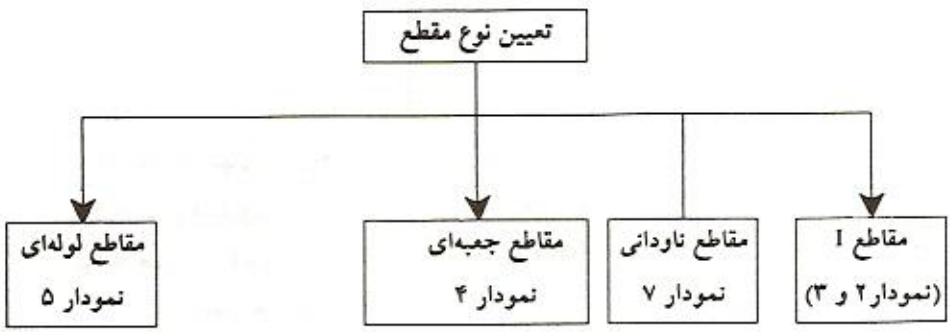
D= قطر خارجی لوله (cm)

t= ضخامت ورق لوله (cm)

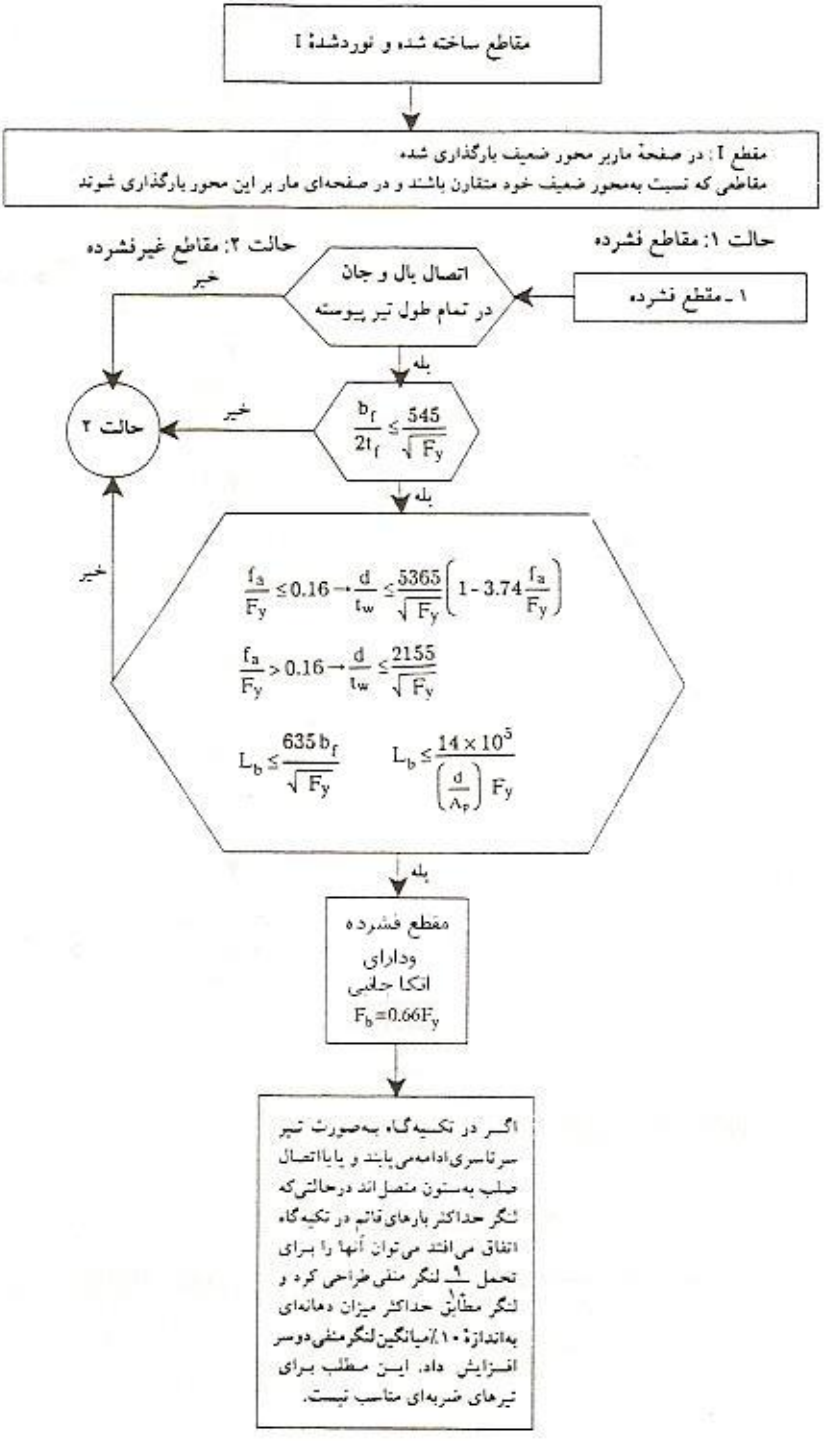
F_b= تنش مجاز خمشی (kg/cm^2)

F_y= تنش جاری شدن فولاد لوله (kg/cm^2)

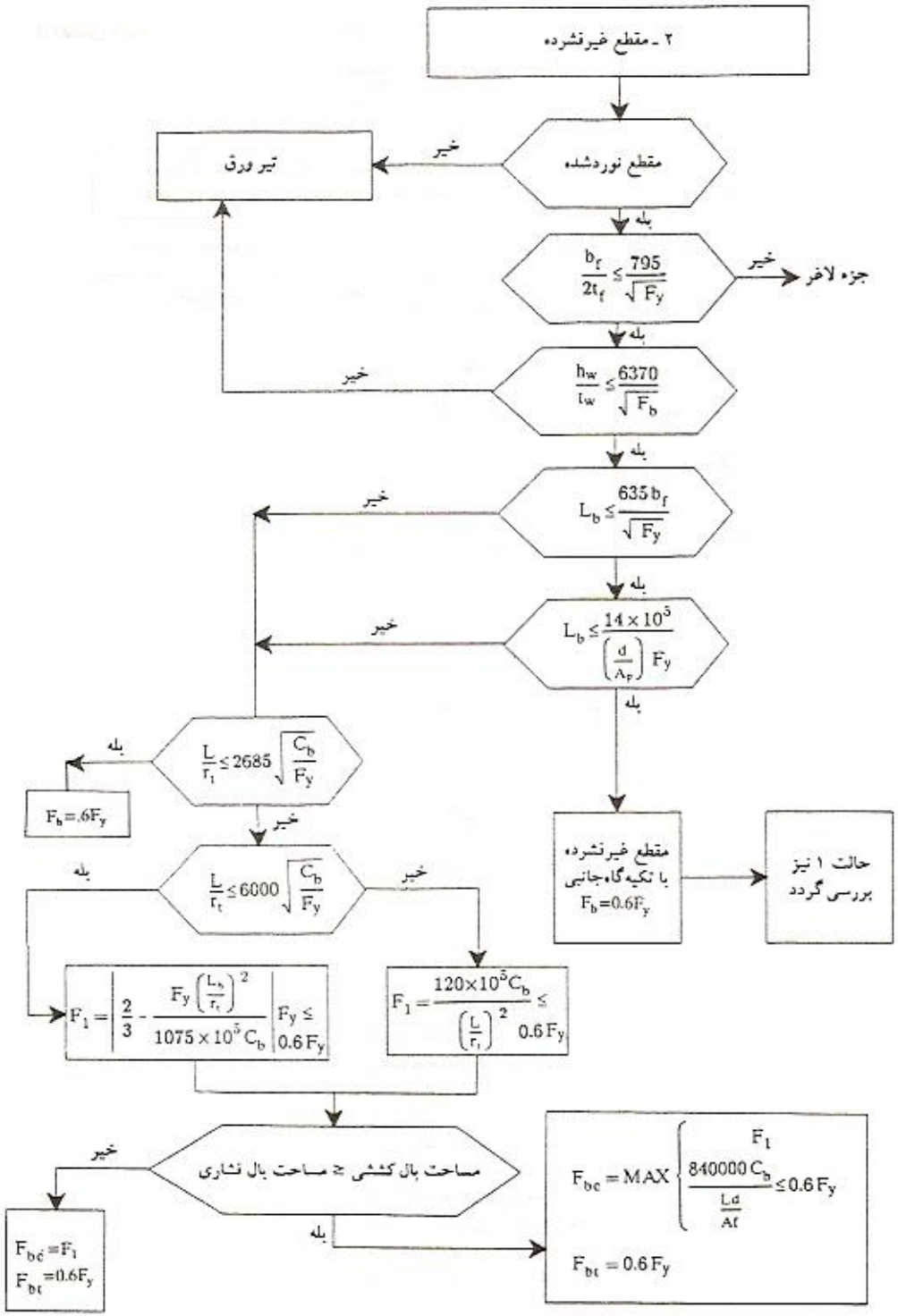
تعیین تنش مجاز خمشی حول محور قوی مقطع:



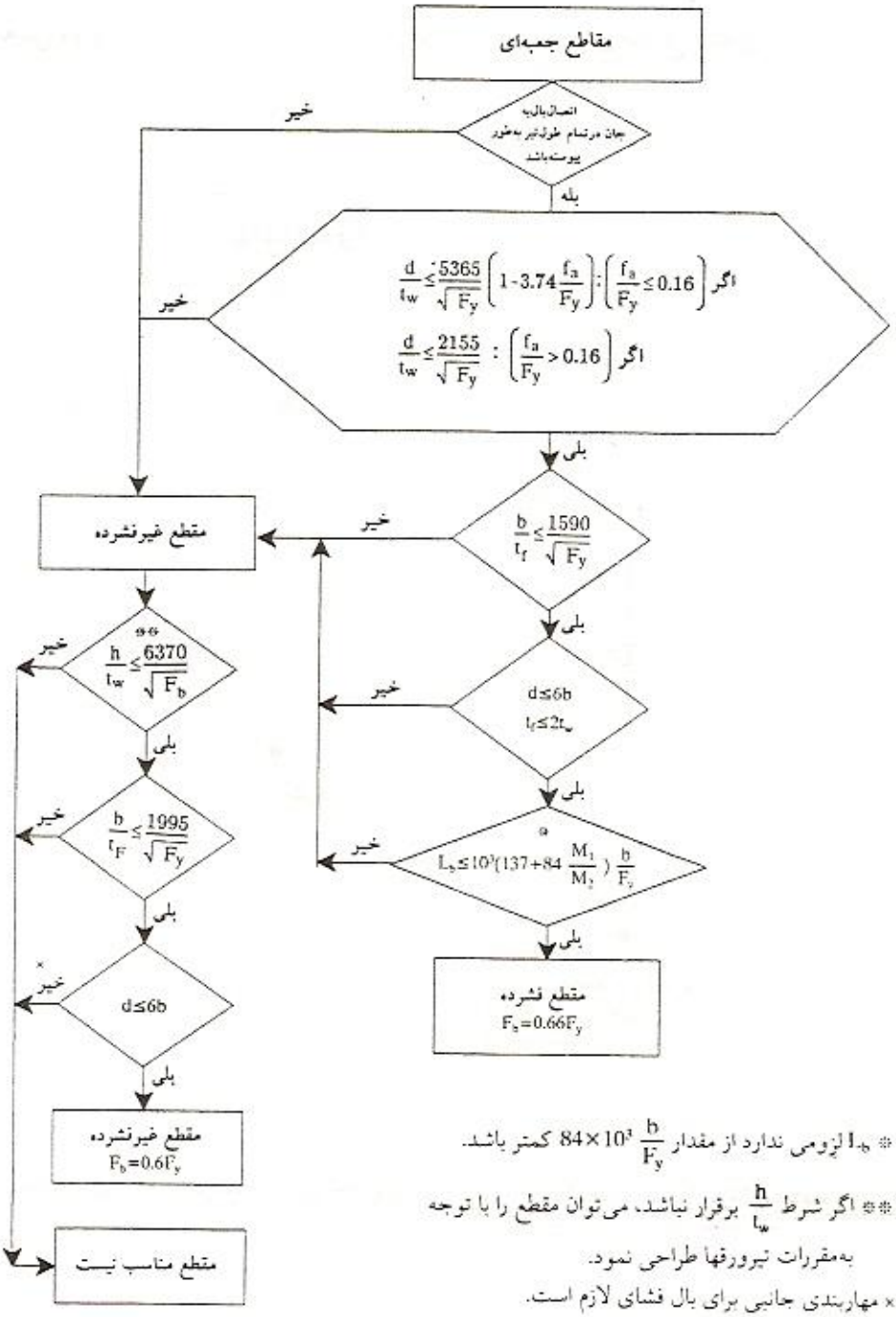
نمودار ۱ ـ راهنمای تعیین تنش مجاز خمشی



نمودار ۲ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع I (فشرده)



نمودار ۳ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع I (غیرفشرده)



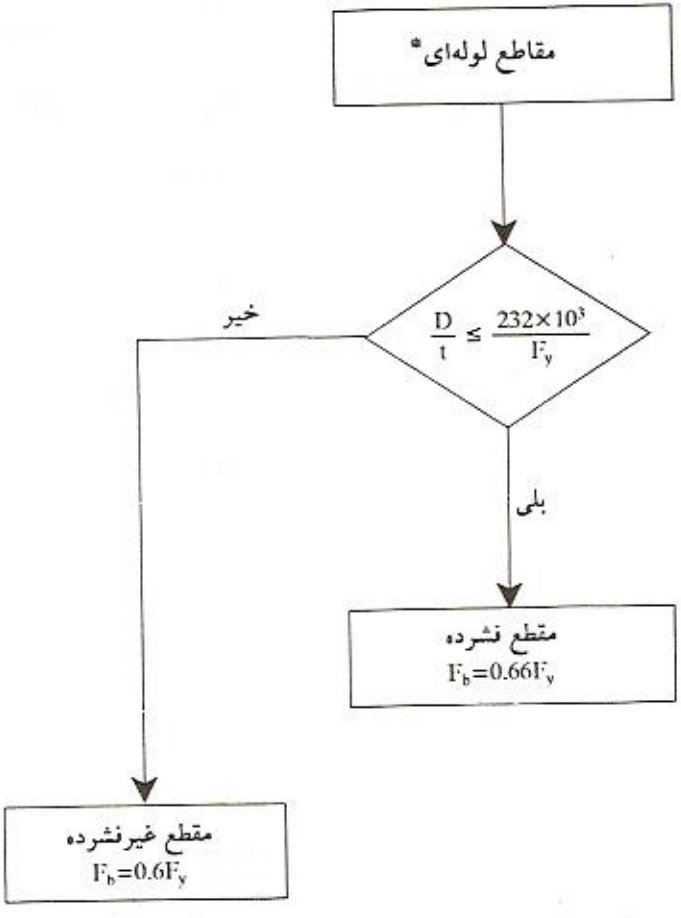
* L_b لزومی ندارد از مقدار $84\times10^3\frac{b}{F_y}$ کمتر باشد.

** اگر شرط $\frac{h}{t_w}$ برقرار نباشد، می‌توان مقطع را با توجه به‌مقررات تیرورقها طراحی نمود.

× مهاربندی جانبی برای بال فشای لازم است.

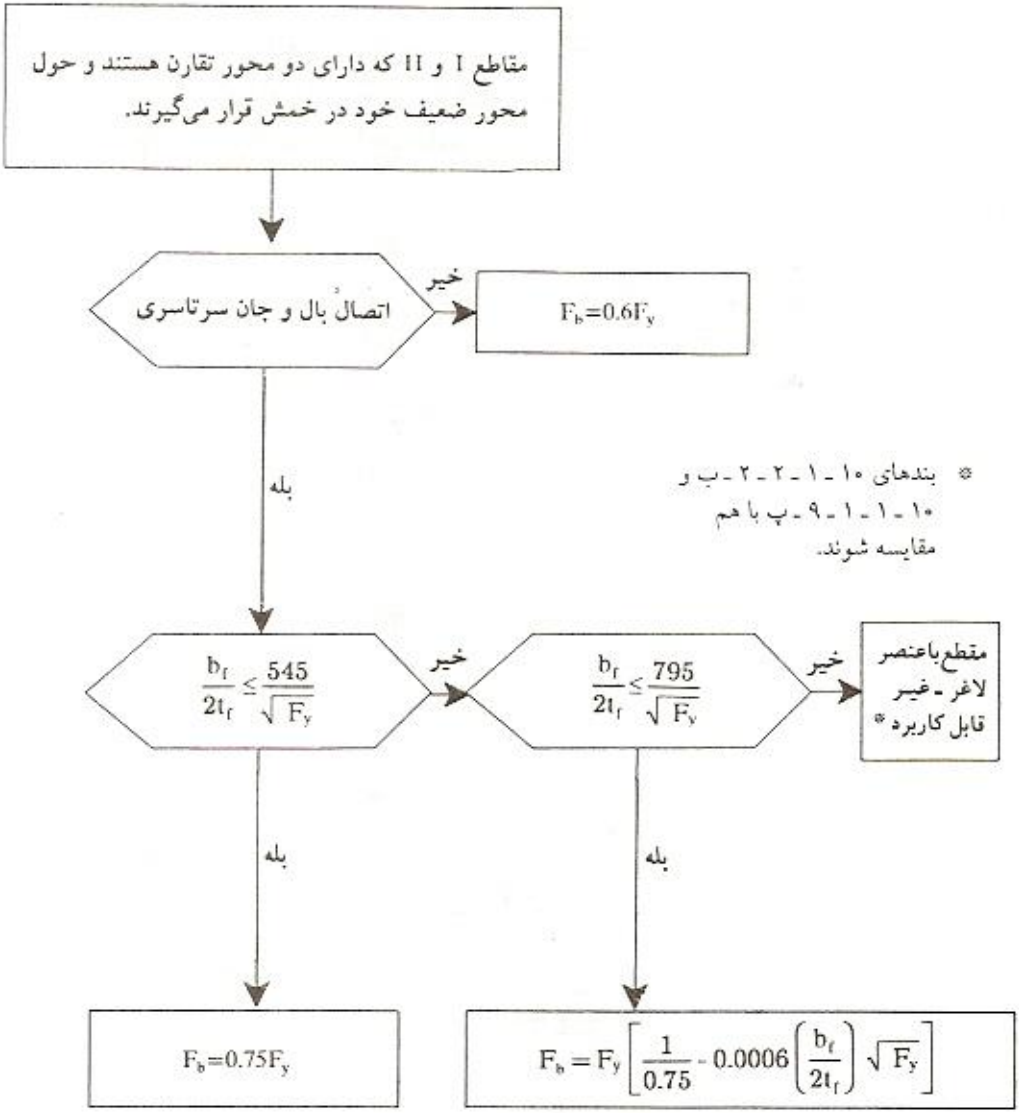
نمودار ۴ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع جمبه‌ای

تعیین مقاومت مجاز خمشی حول محور قوی یا ضعیف برای مقاطع لوله‌ای:

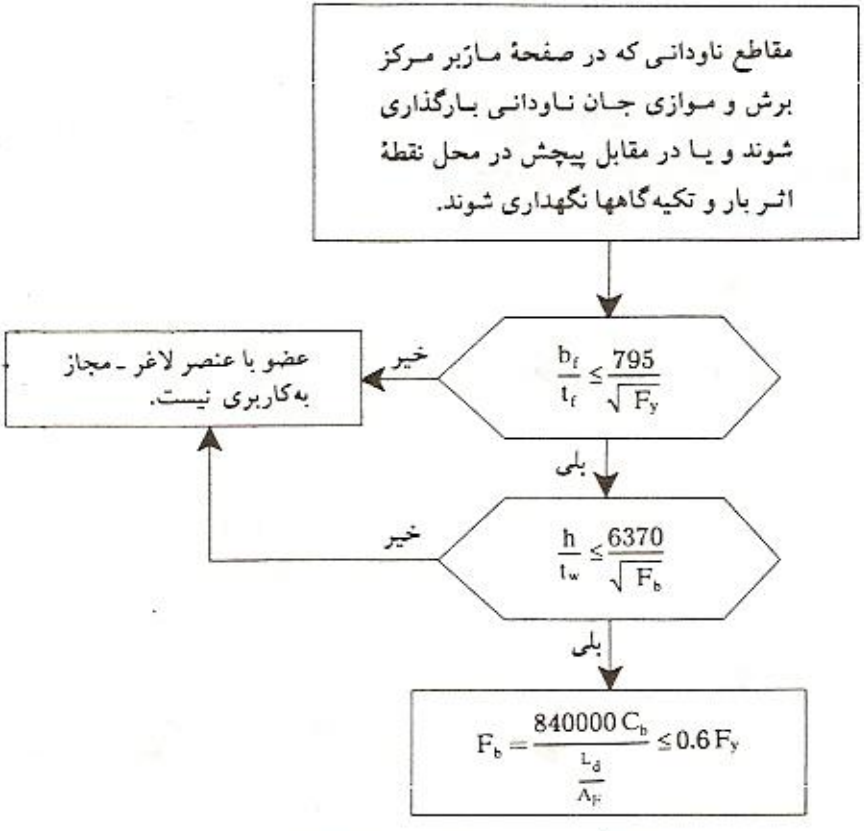


* مقاطع لوله‌ای که در این نمودار تنش مجاز برای انها معرفی شده باید بدون درز و یا دارای درز جوش شده سرتاسری باشند.

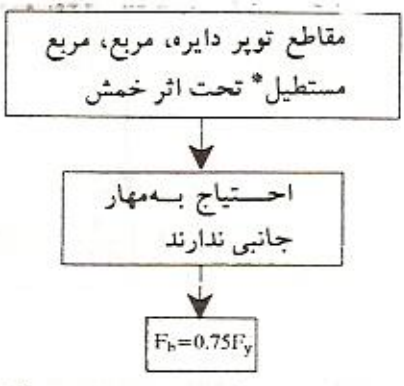
نمودار ۵ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع لوله‌ای



نمودار ۶ ـ تنش مجاز مقاطع I حول محور ضعیف



نمودار ۷ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع ناودانی

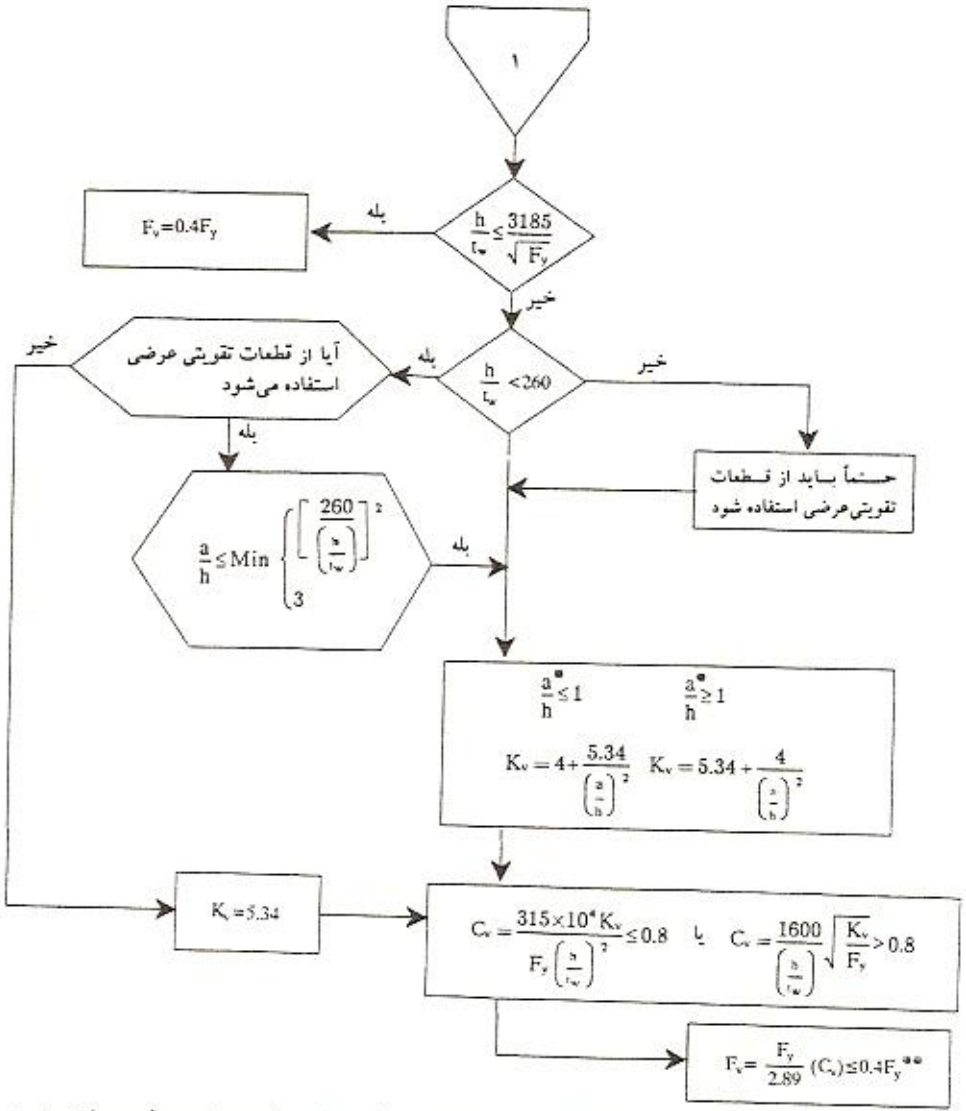


* ابعاد مربع مستطیل نباید به‌شکلی باشد که مقطع شکل ورق پیدا کند، اگر نه امکان کمانش ورقها از تنش مجاز حول محور قوی می‌کاهد ولی در هر صورت تنش مجاز خمشی حول محور ضعیف همان مقدار توصیه شده در بالاست.

نمودار ۸ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع توپر

تنش مجاز برشی در تیرها:

بخش ۱۰ ـ ۱ ـ ۲ ـ ۴، تنش برشی مجاز:



* در صورتی‌که فاصلهٔ سخت‌کننده‌ها (a) متغیر باشد تنش مجاز محاسبه شده تنها مربوط به‌همان چشمه جان که عرض آن a است می‌گردد و باید با تنش برشی حداکثر همان چشمه مقایسه شود.

** می‌توان به‌جای استفاده از این رابطه از نمودار ۱۱ استفاده کرد.

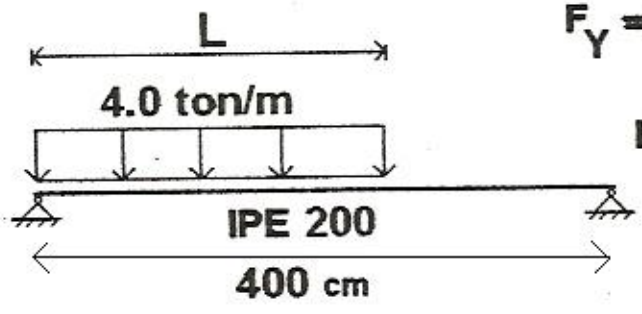
نمودار ۹ ـ تنش مجاز برشی تیرها

نمونه مسائل امتحانی

تیرزیر بابارگذاری نشان داده شده در شکل مورد نظراست دراین صورت :

الف)حداکثر طول مجاز L براساس معیارخمش چقدراست؟

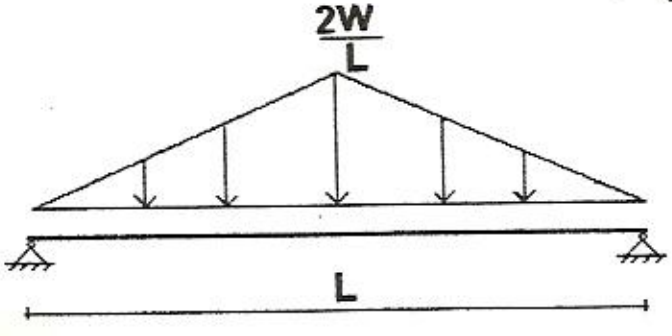
ب) اگرطول بارگذاری روی تیرسه متر ($L = 300\ cm$) گرددراین صورت محدوده تقویت وسطح مقطع صفحات تقویت رابراساس معیارخمش تعیین کنید



$F_Y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$ $L_b = 100\ cm$ طول غیر مهاری

IPE 200 : $d=20\ cm$, $b_f=10\ cm$, $t_w=0.56\ cm$
$t_f=0.85\ cm$, $I_x=1940\ cm4$, $I_y=142\ cm4$
$A=28.5\ cm2$, $S_x=194\ cm3$

درتیرشکل زیر حداقل مقدارمجاز $\frac{d}{L}$ چقدراست؟



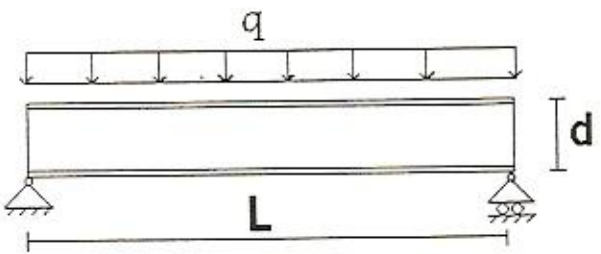
تنش مجاز خمشی $F_b = 1400 \frac{kg}{cm^2}$

تغییرمکان مجاز $\triangle_{\text{مجاز}} = \frac{L}{360}$

d : عمق تیر

$\triangle_{max} = \frac{WL^3}{60EI}$

درتیرفولادی شکل زیرتنش مجازخمشی برابر 1400 kg/cm2 است وحداکثرتغییر مکان مجاز به L/240 محدود می گردد. در این صورت حد اکثر نسبت L/d چقدراست؟

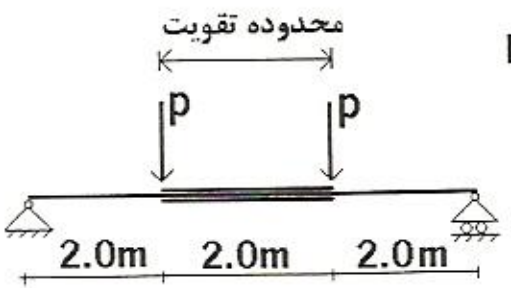


مشخصات فولاد مصرفی

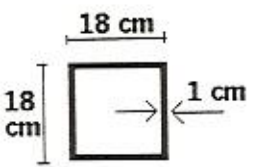
$E=2.10*10^{6}$ kg/cm2

$F_y=2400$ kg/cm2

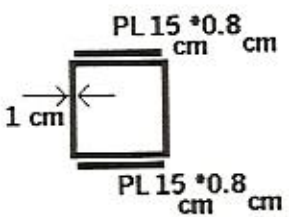
حداکثر نیروی مجاز P براساس معیار خمش چقدراست ؟



تنش مجاز خمشی $F_b=1400$ kg/cm2



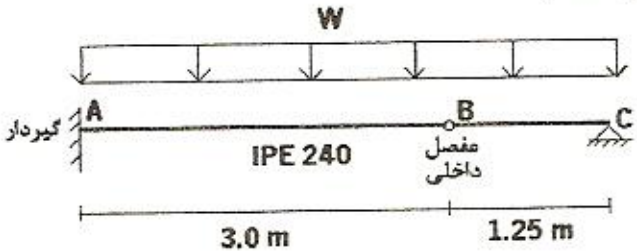
مقطع خمشی بدون تقویت



مقطع خمشی با تقویت

بار گسترده مجاز عضو خمشی شکل بر اساس معیار خمش و برش چقدراست ؟

(این تیر فقط در نقاط A , B , C دارای اتکا جانبی است .)

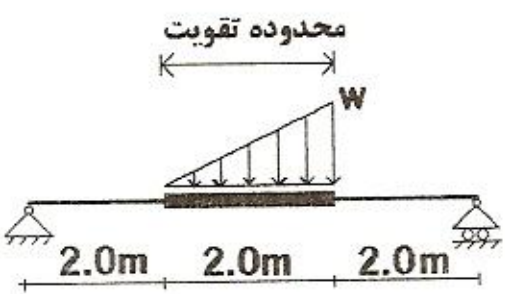


مشخصات فولاد مصرفی

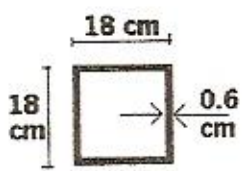
$E = 2.10\ 10^6\ kg/cm^2$

$F_y = 2400\ kg/cm^2$

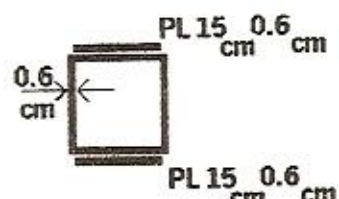
حداکثربار گسترده مجاز W براساس معیار خمش چقدراست ؟



تنش مجاز خمشی $F_b = 1400\ kg/cm2$

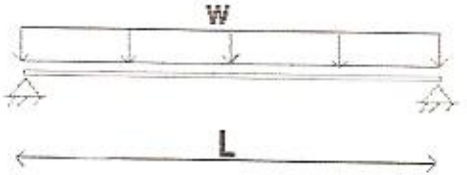


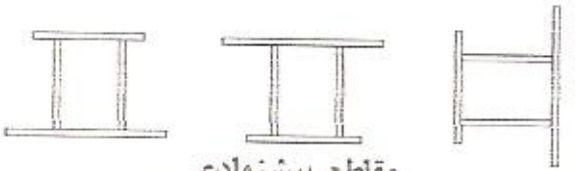
مقطع خمشی بدون تقویت



مقطع خمشی با تقویت

برای تیرشکل کدام یک ازمقاطع زیر ازلحاظ باربری مناسب تر است علت را توضیح دهید.

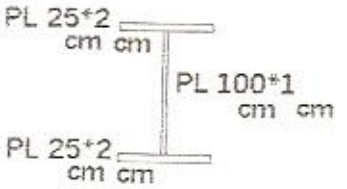




مقاطع پیشنهادی

(مقاطع دارای اجزا یکسان هستند)

حداکثر نیروی برشی مجازی که میتواند تیری با مقطع شکل زیرتحمل کند چقدر است؟



تنش تسلیم فولاد $F_y=2400kg/cm2$

فصل پنجم طراحی تیرستون

تیر ستونها به قطعاتی گفته می‌شود که علاوه بر نیروی محوری در آنها لنگر خمشی نیز وجود داشته باشد. چون تیر ستونها اکثراً قطعاتی از یک قاب صلب می‌باشند، لذا باید نحوهٔ محاسبهٔ ضریب کمانش ستون (k) بیان شود وضعیت تکیه گاهی یک ستون در یک قاب صلب نه مفصل کامل و نه گیردار کامل می‌باشد.

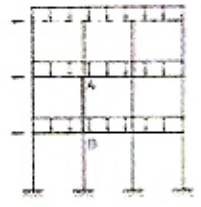
اگر فرم تغییر شکل یک ستون در یک قاب صلب بصورت یک تابع سینوسی فرض شود یک سری معادلات حاصل می‌شود که از حلّ آنها k بدست می‌آید.

اگر قاب مهاربندی شده باشد یعنی دارای حرکت جانبی نباشد معادله زیر حاصل می‌شود:

رابطهٔ I $$\frac{G_A.G_B}{4}\left(\frac{\pi}{k}\right)^2 + \frac{G_A+G_B}{2}\left(1-\frac{\pi/k}{\operatorname{tg}(\pi/k)}\right) + \frac{\operatorname{tg}(\pi/2k)}{\pi/2k} = 1 \qquad I$$

در رابطه فوق:

G_A نسبت مجموع سختی خمشی کلیه ستونهای متصل به گره صلب A به مجموع سختی خمشی کلیه تیرهای موجود در صفحه خمش و متصل به گره صلب A بوده و برابر است با:



$$G_A = \frac{\Sigma\,(EI/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma\,(EI/L)_{\text{تیرها}}}$$ (A)

G_B همان نسبت تعریف شده در G_A برای گره صلب B می‌باشد.

پس:

$$G_B = \frac{\Sigma\,(EI/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma\,(EI/L)_{\text{تیرها}}}$$ (B)

A و B دو انتهای ستون مورد نظر می‌باشند.

E مدول یانگ فولاد بوده و چون در یک سازه فولادی E همه اعضاء یکسان می‌باشد بنابراین:

$$G_A = \frac{\Sigma\,(I/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma\,(I/L)_{\text{تیرها}}} \quad (A) \qquad \text{و} \qquad G_B = \frac{\Sigma\,(I/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma\,(I/L)_{\text{تیرها}}} \quad (B)$$

در روابط فوق I همان اینرسی مقطع عضو حول محور خمش می‌باشد.

باید دقت کرد که اتصال تیرها در صفحهٔ خمش (قاب مورد نظر) به جان ستون می‌باشد یا به بال ستون. اگر تیر به جان ستون متصل شده باشد آنگاه I_y مقطع ستون و اگر تیر به بال ستون متصل شده باشد آنگاه I_x مقطع ستون وارد محاسبات می‌شود. چون تیرها عموماً طوری قرار می‌گیرند که محور خمشی آنها محور x مقطع است لذا عموماً I_x تیرها در محاسبات شرکت می‌کند.

پس از محاسبهٔ G_A و G_B با جایگذاری در معادله I و با استفاده از روش آزمون و خطا مقدار k بدست می‌آید. در قابهای بدون حرکت جانبی $k \leq 1$ می‌باشد. که محافظه کارانه مطابق نظر آیین نامه ایران برای ستون های این قاب‌ها $k=1.0$ درنظرگرفته می شود

اگر قاب دارای انتقال جانبی باشد برای محاسبهٔ k مقدار G_B, G_A را در معادله زیر قرار داده و از آزمون و خطا استفاده می‌شود:

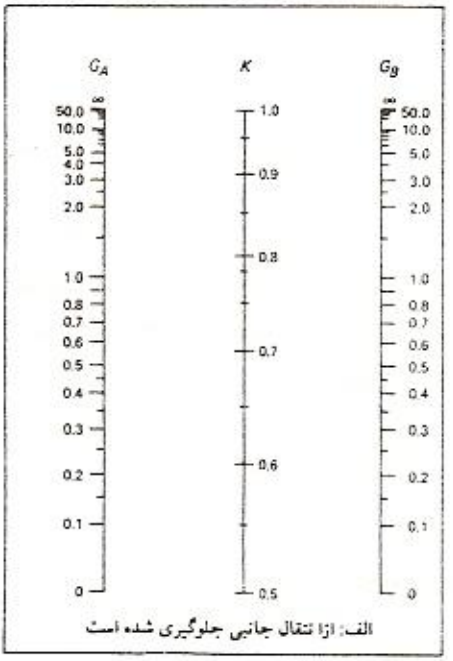
رابطهٔ II
$$\frac{(G_A.G_B)_{.}(\pi/k)^2 - 36}{6 \times (G_A+G_B)} = \frac{\pi.k}{tg(\pi/k)}$$

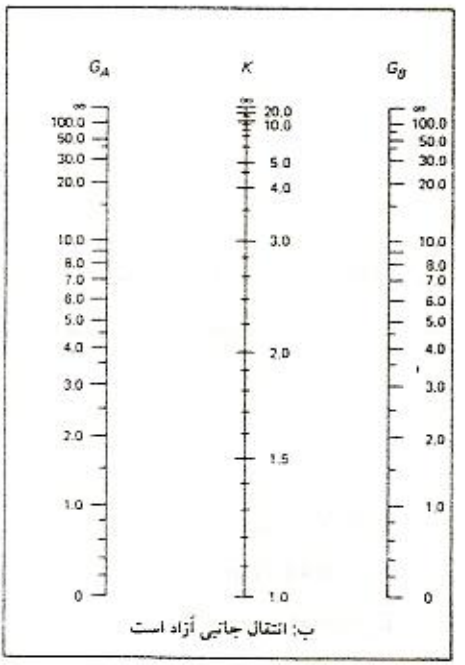
در حالتیکه قاب آزادی حرکت جانبی داشته باشد $k \geq 1$ خواهد بود.

در عمل حلّ معادلات I و II طولانی و وقت گیر می‌باشد لذا از نموگراف که بمنظور تعیین k تهیه شده است استفاده می‌شود. ابتدا مقادیر G_A , G_B محاسبه شده آنگاه آن مقادیر در نموگراف برروی محورهای مربوطه مشخص می‌شوند. دو نقطه بدست آمده را با یک خط راست بهم وصل کرده تا این خط محور k را در دریک نقطه قطع کند عددنظیر این نقطه مقدارk رامشخص می کند

در استفاده نموگراف اگر پای ستون گیردار باشد، اگر چه از نظر تئوری $G=0$ می‌باشد اما چون در عمل گیرداری کامل وجود ندارد در محاسبات $G=1$ منظور می‌شود و اگر انتهای ستون مفصلی باشد اگر چه در تئوری $G=\infty$ می‌باشد امّا در محاسبات $G=10$ در نظر گرفته می‌شود.

تذکّر: اگر انتهای دیگر تیر متصل به ستون بصورت مفصلی یا گیردار باشد، مقدار





$$K = \frac{3G_AG_B + 1.4(G_A + G_B) + 0.64}{3G_AG_B + 2(G_A + G_B) + 1.28}$$

$$K = \sqrt{\frac{1.6G_AG_B + 4(G_A + G_B) + 7.5}{G_A + G_B + 7.5}}$$

ـ نمودار تعیین ضریب طول مؤثر در قابها

شکل کمانشی ستون به‌وسیلهٔ خط چین نشان داده شده است	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
مقادیر تئوریک K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
مقادیر توصیه‌شده برای طراحی	0.65	0.80	1.0	1.2	2.10	2.0
شرایط انتهائی	انتقال گیردار چرخش گیردار انتقال گیردار چرخش آزاد انتقال آزادچرخش گیردار انتقال آزادچرخش آزاد					

ضریب طول مؤثر کمانش چند ستون متعارف

سختی خمش آن تیر $(\frac{I}{L})$ برای محاسبه مقادیر G_A و یا G_B در ضرائب زیر ضرب می‌شود.

I) از انتقال جانبی دو انتهای ستون جلوگیری شده است:

1.5 = ضریب ⇐ انتهای دیگر تیر مفصلی است

2 = ضریب ⇐ انتهای دیگر تیر گیردار است

II) انتقال جانبی دو انتهای ستون آزاد است :

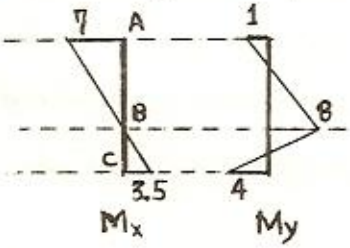
0.5 = ضریب ⇐ انتهای دیگر تیر مفصلی است

برای کنترل یک تیر ستون که تحت خمش دو محوره می‌باشد عموماً دو تا مقطع از آن کنترل می‌شود:

1 ـ مقطعی که در آن M_x ماکزیمم است.

2 ـ مقطعی که در آن M_y ماکزیمم است.

البته با توجه به قضاوت مهندسی ممکن است لازم شود مقاطع دیگری نیز کنترل شود مثلاً اگر برای یک ستون دیاگرامهای لنگر بفرض بصورت مقابل باشد هر سه مقطع C,B,A باید کنترل شود، اگر چه M_x ماکزیمم در مقطع A و M_y ماکزیمم در مقطع B می‌باشد اما با توجه به مقادیر زیر مقطع C نیز باید کنترل شود:



مقطع A ‖ $M_x=7$ ، $M_y=1$ ‖ مقطع B ‖ $M_x=0$ ، $M_y=8$ ‖ مقطع C ‖ $M_x = 3.5$ ، $M_y = 4$

برای کنترل هر مقطع مقادیر نیروهای داخلی (M_y, M_x, P) مربوط به همان مقطع در محاسبات بکار برده می‌شود.

بطور خلاصه مراحل زیر برای کنترل یک مقطع از تیر ستون تحت خمش دو محوره

انجام می‌شود:

1 ـ مقادیر k_x و k_y با توجه به توضیحات قبلی محاسبه می‌شود.

2 ـ ضرائب لاغری ستون از روابط $\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{\lambda_x}$ و $\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{\lambda_y}$ محاسبه می‌شود.

3 ـ λ_{max} از بین دو λ فوق انتخاب شده و با مراجعه به جداول مربوطه و یا با استفاده از فرمولهای گفته شده مقدار تنش مجاز محوری ستون (F_a) تعیین می‌شود.

4 ـ مقدار تنش فشاری محوری از رابطهٔ $f_a=\frac{P}{A}$ محاسبه می‌شود. A سطح مقطع ستون می‌باشد.

5 ـ مقادیر تنشهای خمشی موجود از روابط زیر بدست می‌آید.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} \quad , \quad f_{by} = \frac{M_y}{W_y}$$

W_x و W_y اساس مقطع حول محورهای x و y می‌باشد.

6 ـ مقادیر تنشهای مجاز خمشی تیر ستون حول محورهای x و y مقطع (F_{by},F_{bx}) براساس روشهای گفته شده در فصول اول و دوم محاسبه می‌شوند.

ـ در محاسبهٔ تنش مجاز خمشی برای تیر ستونها $C_b=1$ منظور شود.

همانگونه که قبلاً بیان شده در اعضای با مقطع قوطی تنش مجاز خمشی نسبت به هر دو محور قوی و ضعیف مقطع بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

در مقاطع فشرده $F_{bx} = F_{by} = 0.66\ F_y$

در مقاطع غیر فشرده $F_{bx} = F_{by} = 0.6\ F_y$

شرایط مقطع فشرده و غیر فشرده برای مقاطع قوطی در بند 10-1-2-3 مقررات ملی ساختمانی ایران آمده است.

7 ـ مقدار $\frac{f_a}{F_a}$ را محاسبه کرده اگر $\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$ باشد در اینصورت کنترل مقطع بصورت زیر می‌باشد.

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

اگر $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد مراحل زیر باید ادامه پیدا کند.

8 ـ در صورتیکه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد روابط کنترل کننده بصورت زیر می‌باشد:

الف)
$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

ب)
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}.f_{bx}}{F_{bx}(1- f_a/F'_{ex})} + \frac{C_{my}.f_{by}}{F_{by}(1- f_a/F'_{ey})} \leq 1$$

C_m: ضریبی است که به وضعیت قاب و بارهای جانبی وارده بستگی داشته و بصورت زیر محاسبه می‌شود:

I) اگر قاب بدون بادبندی باشد یعنی انتقال جانبی آن آزاد باشد و بار جانبی وارد به میان ستون وجود نداشته باشد آنگاه : $C_m=0.85$

II) در قابهایی که از دوران انتهای ستون جلوگیری شده (قابهای صلب) و قاب آزادی انتقال جانبی نداشته باشد و بار جانبی به میان ستون وارد نشود C_m از رابطهٔ زیر بدست می‌آید :

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$$

در این رابطه $\frac{M_1}{M_2}$ نسبت لنگر کوچکتر به لنگر بزرگتر دو انتهای آزاد ستون بوده و مثبت است اگر عضو انحنای مضاعف داشته باشد و منفی است اگر عضو انحنای ساده داشته باشد.

III) در قابهای بدون حرکت جانبی که بار جانبی به میان ستون (بین دو انتهای ستون) وارد شده باشد برای قابهای صلب $C_m=0.85$ و برای قابهای مفصلی $C_m=1$ می‌باشد.

F'_e: تنش مجاز اولر بوده و از روابط زیر بدست می‌آید :

$$F'_{ex} = \frac{12}{23} \cdot \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2}$$
$$F'_{ey} = \frac{12}{23} \cdot \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} = \frac{105\times10^5}{\lambda_y^2}$$

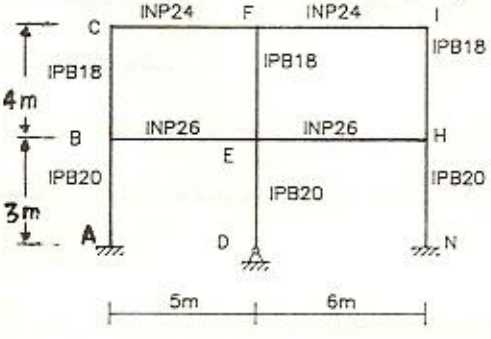
تذکر 1 : درکتاب مقررات ملی ساختمانی ایران بیان شده‌است که: در معادله (ب) وقتی بارگذاری جانبی بین تکیه گاهها موجود است باید f_{bx} و f_{by} را براساس لنگر بین تکیه‌گاهی محاسبه کرد و در رابطهٔ (الف) آنها را براساس لنگر تکیه‌گاهی . در صورتیکه بارگذاری جانبی نداشته باشیم، تنشهای ذکر شده براساس بیشینهٔ لنگر محاسبه می‌شوند.

در این مورد آئین نامهٔ AISC توضیح نداده و تفکیکی قائل نشده است لذا در مسائلی که در این کتاب دارای شرائط مذکور می‌باشند در جهت اطمینان از آئین‌نامهٔ AISC تبعیت شده و بیشینهٔ تنشها در روابط به کار برده شده است.

تذکر 2 : هنگامی که سازه تحت بارهای ناشی از زلزله یا باد محاسبه می‌شود در طراحی قطعات می‌توان مقادیر تنشهای مجاز F_a ، F_{bx} ، F_{by} ، $0.6F_y$ ، F'_{ex} ، F'_{ey} را 33% افزایش داد.

مسأله

در قاب صلب زیر که فاقد مهاربندی جانبی می‌باشد تیرها به بال ستونها متصل شده‌اند. ضریب کمانش ستونها را محاسبه کنید.



حل)

در محاسبات، I_x تیرها بکار می‌رود و چون تیرها به بال ستونها متصل شده‌اند پس I_x ستونها نیز در محاسبات شرکت می‌کنند. با مراجعه به جدول پروفیلها مقادیر زیر بدست می‌آید:

$I_{x\ INP24} = 4250\ cm^4$ $\qquad$ $I_{x\ IPB18} = 3830\ cm^4$

$I_{x\ INP26} = 5740\ cm^4$ $\qquad$ $I_{x\ IPB20} = 5700\ cm^4$

برای محاسبهٔ k باید از نموگراف مربوط به قابهای دارای آزادی انتقال جانبی استفاده کرد.

محاسبهٔ k_x ستون AB:

$$\begin{cases} G_A = 1 & \text{چون A گیردار می‌باشد} \\ G_B = \dfrac{\Sigma\ I/L\ \text{ستونها}}{\Sigma I/L\ \text{تیر}} = \dfrac{5700/300 + 3830/400}{5740/500} = 2.49 \end{cases} \Rightarrow k_{AB} = 1.5$$

ستون BC:

$$G_B = 2.49 \text{ و } G_C = \frac{3830/400}{4250/500} = 1.13 \qquad \Rightarrow k_{BC} = 1.54$$

ستون DE:

$$\begin{cases} G_D = 10 & \text{چون D مفصل می‌باشد} \\ G_E = \dfrac{5700/300 + 3830/400}{5740/500 + 5740/600} = 1.36 \end{cases} \Rightarrow k_{DE} = 1.98$$

ستون EF:

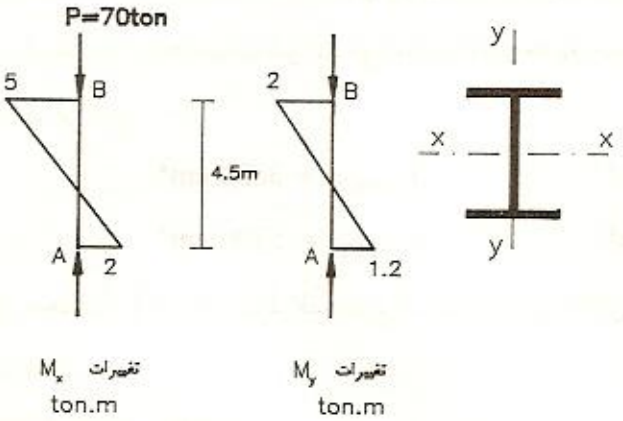
$$\begin{cases} G_E = 1.36 \\ G_F = \dfrac{3830/400}{4250/500 + 4250/600} = 0.61 \end{cases} \Rightarrow k_{EF} = 1.32$$

به همین ترتیب $k_{NH} = 1.52$ و $k_{III} = 1.6$ بدست می‌آید.

مسأله

ستون AB یکی از اجزاء قاب خمشی است که دارای مهار جانبی می‌باشد. اگر

$k_x=0.9$ و $k_y=0.75$ باشد، آن را با مقطع IPB طرح دهید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

در این ستون کنترل مقطع B کافیست چون در مقطع B هم M_x و هم M_y ماکزیمم می‌باشد . ابتدا باید مقطعی برای ستون تخمین زده شود. فرض می‌شود تنش مجاز محوری ستون $F_a=1000\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد پس :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{70\times10^3}{1000} = 70\ cm^2$$

با توجه به اینکه ستون تحت لنگر خمشی نیز می‌باشد IPB24 با $A=106\ cm^2$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.9\times450}{10.3} = 39.3$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{0.75\times450}{6.08} = 55.5$$

$$\lambda_{max} = 55.5 < 200 \quad o.k \quad \Rightarrow \quad F_a = 1199\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{70\times10^3}{106} = 660.4\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5\times10^5}{938} = 533\ \frac{kg}{cm^2} \quad و \quad f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2\times10^5}{327} = 612\ \frac{kg}{cm^2}$$

تعیین تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13\times24 = 312 < L_b = 450$$

$$F_{b2} = \frac{840000\, C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{450\times24/24\times1.7} = 3173\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{by} = 0.75\ F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{660.4}{1199} = 0.55 > 0.15$$

چون $\frac{f_a}{F_a}>0.15$ است پس دوتا رابطه کنترلی وجود خواهد داشت:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{660.4}{1440} + \frac{533}{1440} + \frac{612}{1800} = 1.17>1 \quad N.G$$

IPB24 ضعیف بوده و کنترل رابطه دوّم موردی ندارد.

نیمرخ IPB26 انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.9\times450}{11.2} = 36.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{0.75\times450}{6.58} = 51.3$$

$$\lambda_{max} = 51.3 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1223.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{70\times10^3}{118} = 593.2\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5\times10^5}{1150} = 435\ \frac{kg}{cm^2}\ ,\ f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2\times10^5}{395} = 506.3\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}\ ,\ F_{by} = 0.75\ F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{593.2}{1223.5} = 0.48 > 0.15$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y}+\frac{f_{bx}}{F_{bx}}+\frac{f_{by}}{F_{by}}=\frac{593.2}{1440}+\frac{435}{1440}+\frac{506.3}{1800}=0.995<1 \quad \text{o.k}$$

برای کنترل رابطهٔ دوّم پارامترهای زیر باید محاسبه شود:

محاسبهٔ C_{mx} و C_{my}:

چون قاب فضائی صلب بوده و در هر دو جهت فاقد آزادی انتقال جانبی است و همچنین برمیان ستون بار جانبی وارد نشده است پس :

$$C_{mx}=0.6-0.4\frac{M_1}{M_2}=0.6-0.4\times\frac{2}{5}=0.44>0.4 \Rightarrow C_{mx}=0.44$$

$$C_{my}=0.6-0.4\frac{M_1}{M_2}=0.6-0.4\times\frac{1.2}{2}=0.36<0.4 \Rightarrow C_{my}=0.4$$

باید توجه داشت که در روابط فوق مقدار $\frac{M_1}{M_2}$ مثبت می‌باشد چون دیاگرام لنگرها دارای نقطهٔ عطف بوده و در واقع ستون انحناء مضاعف دارد.

محاسبهٔ تنشهای مجاز اولر :

$$F'_{ex}=\frac{105\times10^5}{\lambda_x^2}=\frac{105\times10^5}{36.2^2}=8013\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F'_{ey}=\frac{105\times10^5}{\lambda_y^2}=\frac{105\times10^5}{51.3^2}=3990\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a}+\frac{C_{mx}.f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})}+\frac{C_{my}.f_{by}}{F_{by}(1-f_a/F'_{ey})}\le 1$$

$$\frac{593.2}{1223.5}+\frac{0.44\times435}{1440(1-593.2/8013)}+\frac{0.4\times506.3}{1800(1-593.2/3990)}=0.76<1 \text{ o.k}$$

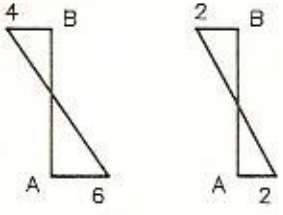
با توجه به نتایج کنترل روابط الف و ب نیمرخ IPB26 مناسب می باشد.

مسأله

ستون AB از یک نیمرخ IPB40 تشکیل شده است. این ستون یکی از اجزاء قاب فضائی خمشی است که بدون مهار جانبی است . اگر $k_x=k_y=1.6$ باشد، در دو حالت بار مجاز (P_a) را محاسبه نمائید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$

الف) نیروی محوری و لنگرها ناشی از بارهای قائم باشد.

ب) نیروی محوری و لنگرها ناشی از بارهای قائم همراه با بار زلزله باشد.



M_x (ton.m) M_y (ton.m)

حل)

الف) فرض اولیه این است که $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد در اینصورت دوتا رابطهٔ کنترلی وجود دارد هرکدام نیروی کمتری را نتیجه دهد جواب مسأله است. با توجه به دیاگرام لنگرها مقطع A تعیین کننده می‌باشد پس :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6\times10^5}{2880} = 208.3 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2\times10^5}{721} = 277.4 \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ تنشهای مجاز :

$$L_1 = 13b_f = 13\times30 = 390 < L = 600$$

$$F_{b2} = \frac{840000\, C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{600\times40/(30\times2.4)} = 2520$$

$$F_{b2} > 0.6\, F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{by} = 0.75\, F_y = 1800 \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \le 1$$

$$\Rightarrow \frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{208.3}{1440} + \frac{277.4}{1800} \le 1 \Rightarrow f_a \le 1010 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{P}{198} \leq 1010 \Rightarrow P \leq 199980\ kg \Rightarrow P \leq 199.98\ ton\ (I)$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F'_{ex})} + \frac{C_{my} f_{by}}{F_{by}(1 - f_a/F'_{ey})} \leq 1$$

$$\lambda_x = \frac{k_x . L_x}{r_x} = \frac{1.6 \times 600}{17.1} = 56.1$$

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1.6 \times 600}{7.4} = 129.7$$

$$\lambda_{max} = 129.7 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 625\ \frac{kg}{cm^2}$$

با توجه به اینکه قاب فضائی در هر دو جهت x و y آزادی انتقال جانبی دارد و بار جانبی به میان ستون وارد نمی‌شود پس : $C_{mx} = C_{my} = 0.85$

محاسبهٔ تنشهای مجاز اولر :

$$F'_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{56.1^2} = 3336.3\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F'_{ey} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_y^2} = \frac{105 \times 10^5}{129.7^2} = 624.2\ \frac{kg}{cm^2}$$

از محاسبات قبلی مقادیر زیر بدست آمده بود:

$$f_{bx} = 208.3\ \frac{kg}{cm^2}\ ,\ f_{by} = 277.4\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}\ ,\ F_{by} = 0.75F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{P}{198}$$

$$\frac{P}{198 \times 625} + \frac{0.85 \times 208.3}{1440\left(1 - P/(198 \times 3336.3)\right)} + \frac{0.85 \times 277.4}{1800\left(1 - P/(198 \times 624.2)\right)} \leq 1$$

$$\frac{P}{123750} + \frac{0.123}{1 - P/660587.4} + \frac{0.131}{1 - P/123591.6} \leq 1$$

$$\Rightarrow P \leq 69600\ kg \Rightarrow P \leq 69.6\ ton \quad (II)$$

با مقایسهٔ دو نتیجه I و II بار مجاز ستون $P_a = 69.6\ ton$ می‌باشد.

کنترل فرض اوّلیه :

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{69.6\times10^3}{198} = 351.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{351.5}{625} = 0.56 > 0.15$$

پس فرض اولیه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ درست می‌باشد.

ب)

با توجه به اینکه در اینحالت سازه تحت بار زلزله می‌باشد پس تنشهای مجاز F_a، F_{bx}، F_{by} و F'_e به اندازهٔ 33% افزایش داده می‌شوند و رابطهٔ دوم که تعیین کننده می‌باشد بصورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{P}{1.33\times123750}+\frac{0.123}{1.33\times(1-p/(1.33\times660587.4))}+\frac{0.131}{1.33\times(1-p/(1.33\times123591.6))} \le 1$$

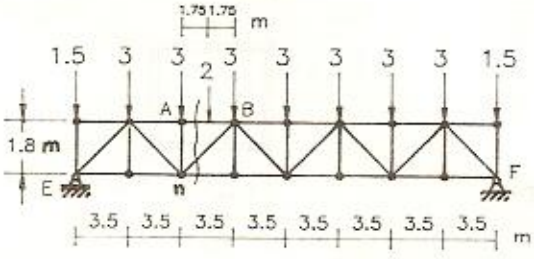
$$\Rightarrow \frac{P}{123750}+\frac{0.123}{1-P/878581.2}+\frac{0.131}{1-P/164376.8} \le 1.33 \Rightarrow P \le 103500\,kg$$

$$\Rightarrow P \le 103.5\ ton$$

پس جواب قسمت (ب)، $P_a = 103.5$ ton می‌باشد.

مسأله

در خرپای زیر قطعه AB را با دوناودانی متصل بهم با جوش سرتاسری طراحی کنید. $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$



ton

حل)

ابتدا خرپا تحلیل شده و نیروی محوری قطعه AB محاسبه می‌شود:

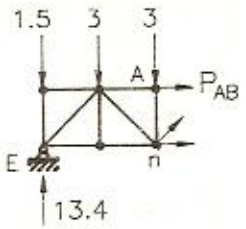
$$\Sigma M_F = 0$$

$$\Rightarrow 28R_E = 1.5\times28+3\times(24.5+21+17.5+14+10.5+7+3.5)+2\times19.25$$

$$\Rightarrow R_E = 13.375 \text{ ton} \approx 13.4 \text{ ton}$$

$$\Sigma M_n = 0 \Rightarrow P_{AB}\times1.8+13.4\times7=1.5\times7+3\times3.5$$

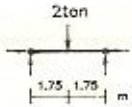
$$\Rightarrow P_{AB} = -40.5 \text{ ton}$$



بنابراین بر قطعه AB نیروی فشاری P=40.5 ton وارد می‌شود.

مقدار لنگر خمشی ماکزیمم وارد بر قطعه برابر است با:

$$M = \frac{2\times3.5}{4} = 1.75 \text{ ton.m}$$



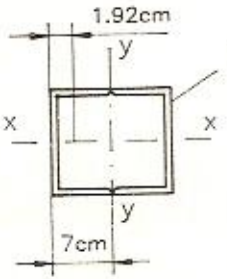
تنش مجاز محوری قطعه $F_a=1100 \frac{kg}{cm^2}$ فرض می‌شود:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{40.3\times10^3}{1100} = 37 \text{ cm}^2$$

سهم هر ناودانی $A \geq \frac{37}{2} = 18.5 \text{ cm}^2$ می‌باشد و چون علاوه بر نیروی محوری، لنگر خمشی نیز وجود دارد دو [18 با $A=28 \text{ cm}^2$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$I_y = 2\times[114+28\times(7-1.92)^2] = 1673 \text{ cm}^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{1673}{2\times28}} = 5.47 \text{ cm}$$



$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1\times350}{6.95} = 50.4$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times350}{5.47} = 64$$

$$\lambda_{max} = 64 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1147 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{40.5\times10^3}{2\times28} = 723 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1.75\times10^5}{2\times150} = 583.3\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{723}{1147} = 0.63 > 0.15$$

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی:

چون مقطع به شکل قوطی بوده و ویژگیهای آن در شرایط مندرج در بند 10-1-2-3 الف کتاب مقرارت ملّی ساختمان ایران صدق می‌کند بنابراین :

$$F_{bx} = 0.66F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{723}{1440} + \frac{583.3}{1584} = 0.87 < 1 \quad o.k$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

چون سازه بصورت قاب مفصلی و با مهاربندی بوده و در بین قطعه بار جانبی وارد شده است بنابراین $C_{mx} = 1$ می‌باشد.

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{105\times10^5}{50.4^2} = 4134\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}.f_{bx}}{F_{bx}(1- f_a/F'_{ex})} = \frac{723}{1147} + \frac{1\times583.3}{1584(1- 723/4134)} = 1.08 > 1 \text{ N.G}$$

بنابراین 2UNP 20 انتخاب و کنترل می‌شود:

$$I_y = 2\times [148+32.2\times(7.5-2.01)^2] = 2237\ cm^4$$

$$r_y = \sqrt{(\frac{I_y}{A})} = \sqrt{(\frac{2237}{2\times32.2})} = 5.9\ cm$$

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1\times350}{7.7} = 45.5$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times350}{5.9} = 59.3$$

$$\lambda_{max} = 59.3 < 200 \quad o.k \quad \Rightarrow \quad F_a = 1176\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{40.5\times10^3}{2\times32.2} = 629 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{629}{1176} = 0.53 > 0.15$$

با توجه به محاسبات قبلی رابطهٔ اوّل جوابگو بوده و کنترل رابطهٔ دوم کافی می‌باشد:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}.f_{bx}}{F_{bx}(1- f_a/F'_{ex})} \le 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{45.5^2} = 5072 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1.75\times10^5}{2\times191} = 458 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{bx} = 0.66 \ F_y = 1584 \ \frac{kg}{cm^2}$$

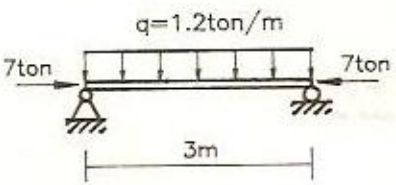
$$\frac{629}{1176} + \frac{1\times458}{1584(1- 629/5072)} = 0.86 < 1 \quad o.k$$

بنابراین 2 UNP 20 مناسب می‌باشد.

ـمسأله

مناسب بودن تیرستون زیر را که از نوع نیمرخ IPB16 می‌باشد بررسی کنید.

$$F_y = 2400 \ \frac{kg}{cm^2}$$



حل)

محاسبهٔ تنش مجاز محوری ستون :

$$\lambda_{max} = \frac{KL}{r_{min}} = \frac{1\times300}{4.05} = 74 \ \Rightarrow \ F_a = 1081 \ \frac{kg}{cm^2}$$

تنش محوری موجود برابر است با :

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{7\times10^3}{54.3} = 129\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{129}{1081} = 0.12 < 0.15$$

بنابراین رابطهٔ کنترل کننده بصورت زیر می‌باشد :

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \le 1$$

$$M_x = 0 \Rightarrow f_{bx} = 0$$

$$M_y = \frac{qL^2}{8} = \frac{1.2\times3^2}{8} = 1.35\ ton.m$$

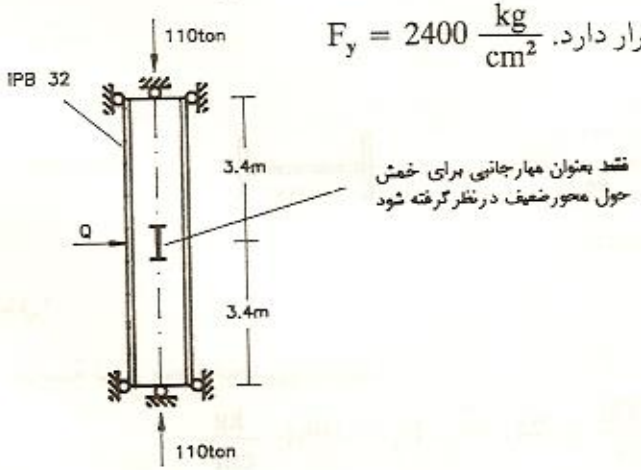
$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{1.35\times10^5}{111} = 1216\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{129}{1081} + \frac{1216}{1800} = 0.8 < 1 \quad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB16 مناسب می‌باشد.

مسأله

مقدار بار مجاز Q وارد بر وسط تیر ستون زیر را بدست آورید. فرض کنید که تیر ستون در هر دو جهت دو سر مفصلی بوده و یک تکیه‌گاه جانبی برای جهت ضعیف خمش در وسط ستون قرار دارد. $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

محاسبهٔ تنش مجاز محوری ستون :

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times680}{13.8} = 49.3$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1\times340}{7.57} = 44.9$$

$$\lambda_{max} = 49.3 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1235\ \frac{kg}{cm^2}$$

تنش محوری موجود برابر است با :

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{110\times10^3}{161} = 683.2\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{683.2}{1235} = 0.55 > 0.15$$

بنابراین دو تا رابطهٔ کنترل کننده وجود دارد. هرکدام Qکمتری را نتیجه دهد آن Q جواب مسأله می‌باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{QL}{4W_x} = \frac{Q\times680}{4\times1930} = 8.808\times10^{-2}Q$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{0}{W_y} = 0$$

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13\times30 = 390 > L_b = 340$$

$$L_2 = \frac{14\times10^5}{\frac{d\ .\ F_y}{A_f}} = \frac{14\times10^5}{\frac{32}{30\times2.05}\times2400} = 1121 > L_b = 340$$

بنابراین اتکاء جانبی برقرار است و چون مقطع فشرده می‌باشد پس

$F_{bx}=0.66F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$ است.

رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y}+\frac{f_{bx}}{F_{bx}} \le 1 \Rightarrow \frac{683.2}{0.6\times2400}+\frac{8.808\times10^{-2}Q}{1584} \le 1 \Rightarrow Q \le 9451\ kg$$

رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{105\times10^5}{49.3^2} = 4320\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a}+\frac{C_{mx}f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} \le 1 \Rightarrow \frac{683.2}{1235}+\frac{1\times8.808\times10^{-2}Q}{1584(1-683.2/4320)} \le 1$$

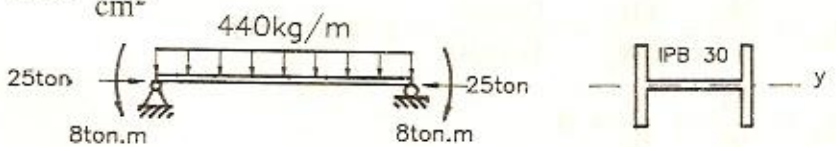
$$\Rightarrow Q \le 6764\ kg$$

بنابراین حداکثر بار مجاز $Q = 6.76\ ton$ می‌باشد.

مسأله.

مناسب بودن تیر ستون زیر را که از نوع نیمرخ IPB30 می‌باشد، بررسی کنید.

$$F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$$



حل)

$$\lambda_{max} = \lambda_y = \frac{kL}{r_y} = \frac{1\times450}{7.58} = 59.4 \Rightarrow F_a = 1176\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{25\times10^3}{149} = 167.8\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{167.8}{1176} = 0.14 < 0.15$$

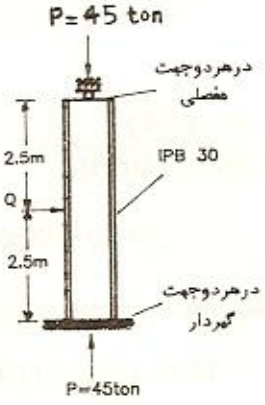
$$f_{bx} = 0 \quad , \quad f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{8\times10^5}{571} = 1401\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a}+\frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{167.8}{1176}+\frac{1401}{1800} = 0.92 < 1 \qquad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB30 مناسب می‌باشد.

مسأله.

در تیر ستون زیر که عضوی از یک قاب مهاربندی شده است حداکثر Q مجاز را بدست آورید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$



حل)

$$\lambda_{max} = \lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{0.8 \times 500}{7.58} = 52.8 \Rightarrow F_a = 1215 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45 \times 10^3}{149} = 302 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{302}{1215} = 0.25 > 0.15$$

پس دو تا رابطه کنترل کننده وجود دارد. هر کدام Q کمتری را نتیجه دهد آن Q جواب مسأله است.

لنگر ماکزیمم در تکیه‌گاه بوده و برابر است با :

$$M_x = \frac{3QL}{16} = \frac{3Q \times 500}{16} = 93.75Q$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{93.75Q}{1680} = 5.58 \times 10^{-2} Q$$

رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{302}{1440} + \frac{5.58 \times 10^{-2} Q}{1440} \leq 1 \Rightarrow Q \leq 20394 \text{ kg}$$

رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.8\times500}{13} = 30.77$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{30.77^2} = 11090\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} \le 1 \Rightarrow \frac{302}{1215} + \frac{1\times5.58\times10^{-2}Q}{1440(1-302/11090)} \le 1$$

$$\Rightarrow Q \le 18864$$

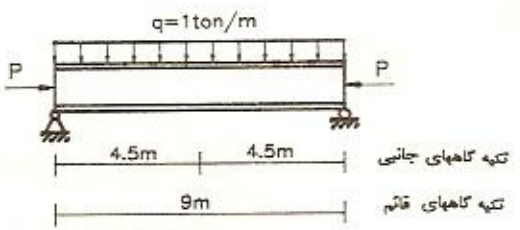
بنابراین حداکثر مقدار مجاز $Q = 18.86$ ton می‌باشد.

مسأله.

حداکثر بار محوری مجاز P را که برتیرستون زیر با نیمرخ IPB30 وارد می‌شود بدست آورید در حالیکه در دو انتها و وسط آن تکیه‌گاه جانبی وجود دارد.

الف) $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$

ب) $F_y = 3600\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{1\times9^2}{8} = 10.125\ \text{ton.m}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{10.125\times10^5}{1680} = 603\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\lambda_x = \frac{k_xL_x}{r_x} = \frac{1\times900}{13} = 69.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_yL_y}{r_y} = \frac{1\times450}{7.58} = 59.4$$

الف) $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

$\lambda_{max} = 69.2 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1113 \frac{kg}{cm^2}$

چون مقدار P مجهول می‌باشد ابتدا فرض می‌شود که $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد پس دو رابطهٔ کنترل کننده وجود دارد هر کدام P کوچکتری را نتیجه دهد آن P جواب مسأله خواهد بود .

رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \le 1$$

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی :

$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 < L_b = 450$

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{Ld / A_f} = \frac{840000 \times 1}{450 \times 30 / (30 \times 19)} = 3547 \frac{kg}{cm^2}$$

$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$

$$\frac{f_a}{1440} + \frac{603}{1440} \le 1 \Rightarrow f_a \le 837 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{P}{149} \le 837 \Rightarrow P \le 124713 \quad kg$$

رابطهٔ دوّم :

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a / F'_{ex})} \le 1$$

$C_{mx} = 1$

$$F'_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{69.2^2} = 2193 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{1113} + \frac{1 \times 603}{1440(1 - f_a / 2193)} \le 1 \Rightarrow f_a \le 506.5 \Rightarrow \frac{P}{A} \le 506.5$$

$$\Rightarrow \frac{P}{149} \le 506.5 \Rightarrow P \le 75468 \quad kg$$

کنترل فرض اوّلیه :

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{505}{1113} = 0.45 > 0.15$$

بنابراین فرض اولیه درست بوده و حداکثر بار مجاز $P=75.46$ ton می‌باشد.

ب) $F_y = 3600 \frac{kg}{cm^2}$

$$\lambda_{max} = 69.2 \Rightarrow F_a = 1505 \frac{kg}{cm^2}$$

با فرض اینکه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد دو رابطهٔ کنترل کننده وجود خواهد داشت :

رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \le 1$$

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = \frac{635}{\sqrt{F_y}} b_f = \frac{635}{\sqrt{3600}} \times 30 = 317.5 < L_b = 450$$

$$F_{b2} = 3547 \frac{kg}{cm^2} > 0.6F_y = 2160 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 2160 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{0.6\times3600} + \frac{603}{2160} \le 1 \Rightarrow f_a \le 1557 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow \frac{P}{A} \le 1557$$

$$\Rightarrow \frac{P}{149} \le 1557 \Rightarrow P \le 231993 \text{ kg}$$

رابطهٔ دوّم :

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a / F'_{ex})} \le 1 \Rightarrow \frac{f_a}{1505} + \frac{1\times603}{2160(1-f_a / 2193)} \le 1$$

$$\Rightarrow f_a \le 827 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow \frac{P}{149} \le 827 \Rightarrow P \le 123223 \text{ kg}$$

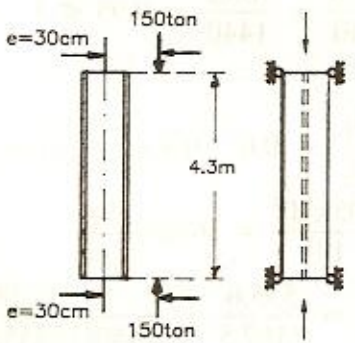
$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{827}{1505} = 0.55 > 0.15$$

بنابراین فرض اوّلیه درست بوده و حداکثر بار محوری مجاز وارد بر تیر ستون $P=123.2$ ton می‌باشد.

تذکر : استفاده از روابط اوّل و دوّم ذکر شده، برای حالتیکه $\frac{f_a}{F_a} \le 0.15$ باشد نیز درست می‌باشد یعنی کنترل تیر ستون با روابط اوّل و دوّم در هر دو حالت $\frac{f_a}{F_a} \le 0.15$ و $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ صادق می‌باشد. امّا در حالت $\frac{f_a}{F_a} \le 0.15$ برای ساده‌تر کردن حلّ مسأله می‌توان فقط از رابطهٔ کنترل کننده $\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \le 1$ استفاده کرد.

.مسأله

تیر ستون زیر را که عضوی از یک قاب مهاربندی شده بوده و تحت بار محوری $P = 150\ ton$ می‌باشد با نیمرخ IPB طرح دهید. این نیرو با خروج از مرکزیت $e = 30\ cm$ حول محور x مقطع لنگر خمشی ایجاد می‌کند. طول مؤثر ستون در کمانش را برابر با ارتفاع ستون در نظر بگیرید. $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$.



حل)

با فرض اینکه تنش مجاز محوری ستون $F_a = 1000\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$A \ge \frac{P}{F_a} = \frac{150\times10^3}{1000} = 150\ cm^2 \rightarrow IPB30,\ A = 149\ cm^2$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیر ستون $F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$M_x = 150\times0.3 = 45\ ton.m$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{45\times10^5}{1440} = 3125\ cm^3 \Rightarrow \text{IPB 45, } W_x = 3550\ cm^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم وجود دارند نیمرخ IPB60 انتخاب و کنترل می‌شود :

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1\times430}{25.2} = 17$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times430}{7.08} = 60.7 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1167.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{150\times10^3}{270} = 555.6\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{555.6}{1167.5} = 0.47 > 0.15$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{45\times10^5}{5700} = 789.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{555.6}{1440} + \frac{789.5}{1440} = 0.93 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4\,(\frac{M_1}{M_2}) = 0.6 - 0.4\,(-\frac{45}{45}) = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{17^2} = 36332\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}\,f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a / F'_{ex})} = \frac{555.6}{1167.5} + \frac{1\times789.5}{1440(1-555.6 / 36332)} = 1.03$$

با پذیرفتن مقداری ضعف، نیمرخ IPB60 جواب مسأله است.

مسأله

تیر ستونی را با نیمرخ IPB طرح دهید که برآن نیروی محوری فشاری P=80 ton و لنگر خمشی ثابت $M_x = 30\ ton.m$ وارد می‌شود. طول آن L=4.5m بوده و طول مؤثر آن درکمانش برابر طول ستون می‌باشد.

الف) $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$ ب) $F_y = 3600 \frac{kg}{cm^2}$

حل)

الف) با فرض اینکه تنش مجاز محوری ستون $F_a = 1000 \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{80\times10^3}{1000} = 80 \text{ cm}^2$$

اگر تنش مجاز خمشی $0.6F_y$ فرض شود آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30\times10^5}{0.6\times2400} = 2083 \text{ cm}^3$$

چون ترکیب نیروی محوری و لنگر خمشی وجود دارد پس نیمرخ IPB45 با $W_x = 3550 \text{ cm}^3$, $A = 218 \text{ cm}^2$ انتخاب و کنترل می‌شود :

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times450}{19.1} = 23.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1\times450}{7.33} = 61.4 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1163.5 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{80\times10^3}{218} = 367 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{367}{1163.5} = 0.31 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30\times10^5}{3550} = 845 \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13\times30 = 390 < L = 450$$

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{Ld / A_f} = \frac{840000\times1}{450\times45 / (30\times2.6)} = 3236 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{367}{1440} + \frac{845}{1440} = 0.84 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

چون لنگر خمشی در طول تیرستون ثابت می‌باشد پس :

$$C_{mx} = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{105\times10^5}{23.6^2} = 18852\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a}+\frac{C_{mx}\,f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})}=\frac{367}{1163.5}+\frac{1\times845}{1440(1-367/18852)}=0.91<1 \quad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB45 مناسب می‌باشد.

ب) با فرض اینکه تنش مجاز محوری $F_a = 1500\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{80\times10^3}{1500} = 53.3\ cm^2$$

اگر تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.6F_y = 2160\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30\times10^5}{2160} = 1389\ cm^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم بر مقطع وارد می‌شود نیمرخ IPB34 با $A=171\ cm^2$ و $W_x=2160\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود :

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times450}{14.6} = 30.8$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times450}{7.53} = 59.8 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1627\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{80\times10^3}{171} = 468\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{468}{1627} = 0.28 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30\times10^5}{2160} = 1389\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1<L_b\ ,\ F_{b2} > 0.6F_y \rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 2160\ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{468}{0.6\times3600} + \frac{1389}{2160} = 0.86 < 1 \qquad \text{o.k}$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{30.8^2} = 11068\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}\, f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{468}{1627} + \frac{1\times1389}{2160(1-468/11068)} = 0.96 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB34 مناسب می‌باشد.

مسأله

اگر در تیر ستون مسأله 12.6 $P=55$ ton و $q=3\ \frac{ton}{m}$ باشد آن را با نیمرخ IPB طرح دهید. الف) $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$ ب) $F_y = 3600\ \frac{kg}{cm^2}$

حل)

الف) $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$

با فرض اینکه تنش مجاز محوری $F_a = 1000\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{55\times10^3}{1000} = 55\ cm^2$$

$$M_x = \frac{qL^2}{8} = \frac{3\times9^2}{8} = 30.375\ \ ton.m$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی $F_{bx}=0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30.375\times10^5}{1440} = 2109\ cm^3$$

با توجه به مقادیر فوق نیمرخ IPB40 با $A=198\ cm^2$ و $W_x=2880\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times900}{17.1} = 52.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1\times450}{7.4} = 60.8$$

$$\lambda_{max} = 60.8 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1167 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{55\times10^3}{198} = 278 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{278}{1167} = 0.24 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30.375\times10^5}{2880} = 1055 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1 < L_b \ , \ F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{278}{0.6\times2400} + \frac{1055}{1440} = 0.93 < 1 \quad o.k$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{105\times10^5}{52.6^2} = 3795 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{278}{1167} + \frac{1\times1055}{1440(1-278/3795)} = 1.029$$

با پذیرفتن مقداری ضعف نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

ب) $F_y = 3600 \ \frac{kg}{cm^2}$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی $F_{bx}=0.6F_y = 2160 \ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30.375 \times 10^5}{2160} = 1406 \ cm^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم بر مقطع وارد می‌شود نیمرخ IPB32 با $W_x=1930 \ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌گردد:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times900}{13.8} = 65.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1\times450}{7.57} = 59.4$$

$$\lambda_{max} = 65.2 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1558.5 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{55\times10^3}{161} = 342 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{342}{1558.5} = 0.22 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30.375\times10^5}{1930} = 1574 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1 < L_b \ , \ F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{342}{0.6\times3600} + \frac{1574}{2160} = 0.89 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

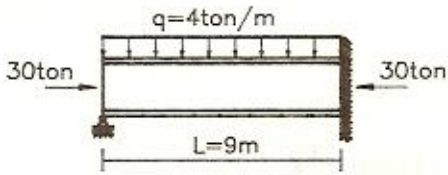
$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{65.2^2} = 2470 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{342}{1558.5} + \frac{1\times1574}{2160(1-342/2470)} = 1.06 > 1 \quad \text{N.G}$$

نیمرخ IPB32 ضعیف‌می‌باشد و با توجه به نتایج فوق نیمرخ IPB34 جوابگو بوده و نیاز به محاسبه و کنترل نمی‌باشد پس جواب مسأله نیمرخ IPB34 است.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ IPB طرح دهید. فرض کنید که تیر ستون دارای تکیه‌گاه جانبی پیوسته می‌باشد. $F_y = 2400 \ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

لنگر ماکزیمم در تکیه گاه بوده و مقدار آن برابر است با :

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{4\times 9^2}{8} = 40.5 \text{ ton.m}$$

چون مقطع فشرده بوده و تیرستون اتکاء جانبی دارد پس تنش مجاز خمشی آن $F_{bx}=0.66F_y = 1584 \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40.5\times 10^5}{1584} = 2557 \text{ cm}^3$$

نیمرخ IPB40 با $W_x=2880 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{0.8\times 900}{17.1} = 42.1$$

چون تیر ستون اتکاء جانبی دارد پس کمانش حول x تعیین کننده می‌باشد :

$$\lambda = 42.1 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1274 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30\times 10^3}{198} = 152 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{152}{1274} = 0.12 < 0.15$$

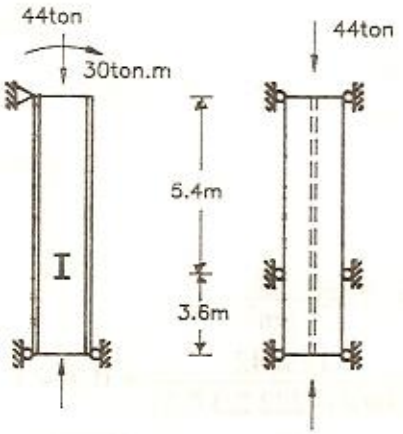
$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40.5\times 10^5}{2880} = 1406 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{152}{1274} + \frac{1406}{1584} = 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ IPB طرح دهید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$



حل)

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیرستون $F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30 \times 10^5}{1440} = 2083 \ cm^3$$

چون علاوه بر لنگر خمشی، نیروی محوری هم وجود دارد نیمرخ IPB40 با $W_x=2880 \ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times900}{17.1} = 52.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1\times540}{7.4} = 73$$

$$\lambda_{max} = 73 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1088 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{44\times10^3}{198} = 222.2 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{222.2}{1088} = 0.2 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30\times10^5}{2880} = 1042\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{222.2}{1440} + \frac{1042}{1440} = 0.88 < 1 \quad o.k$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

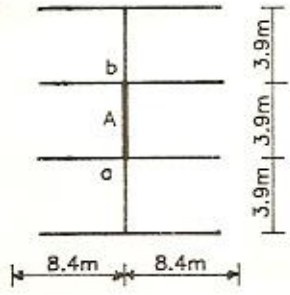
$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{52.6^2} = 3795\ \frac{kg}{cm^2}$$

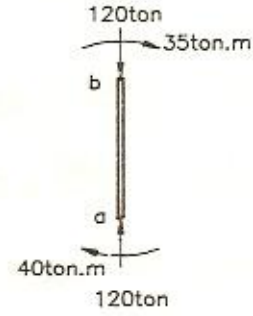
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}\, f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{222.2}{1088} + \frac{1\times1042}{1440(1-222.2/3795)} = 0.97<1 \quad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

مسأله

ستون A در شکل زیر عضوی از یک قاب مهاربندی نشده است. آن را با نیمرخ IPB طرح دهید. کلیه تیرهای قاب از نوع نیمرخ IPE60 هستند. ستونها مشابه ستون A بوده و خمش ستون حول محور x مقطع می‌باشد. $F_y = 3600\ \frac{kg}{cm^2}$





حل)

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیرستون $F_{bx} = 0.6F_y = 2160\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد

آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40 \times 10^5}{2160} = 1852\ cm^3$$

با توجه به بزرگ بودن نیروی محوری وارده نیمرخ IPB40 با $W_x = 2880\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$k_y = 1$$

$$G_a = G_b = \frac{\Sigma(I_x/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma(I_x/L)_{\text{تیرها}}} = \frac{2\times 57680/390}{2\times 92080/840} = 1.35 \Rightarrow k_x = 1.42$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1.42\times 390}{17.1} = 32.4$$

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1\times 390}{7.4} = 52.7$$

$$\lambda_{max} = 52.7 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1714\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{120\times 10^3}{198} = 606\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{606}{1714} = 0.35 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40\times 10^5}{2880} = 1389\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1 < L_b\ ,\ F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 0.6\times 3600 = 2160\ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{606}{0.6\times 3600} + \frac{1389}{2160} = 0.92 < 1 \quad o.k$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 0.85$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times 10^5}{32.4^2} = 10002\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}\, f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{606}{1714} + \frac{0.85\times 1382}{2160(1-606/10002)} = 0.94 < 1 \quad o.k$$

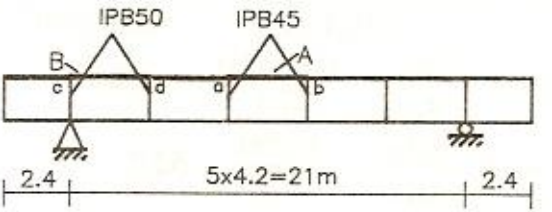
بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

مسأله

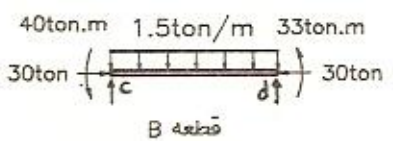
در خرپای ویرندیل (قاب صلب) زیر دو عضو A و B را با نیمرخ IPB طرح دهید. فرض کنید که بین قاب مذکور و یک قاب مشابه دیگر بموازات آن و در مجاورت آن بادبندی ساده وجود دارد.

$$F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$$

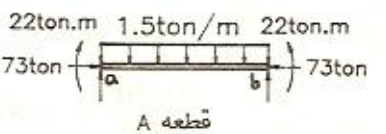
به غیراز A و B کلیه اعضاء فوقانی از نوع نیمرخ IPB60 می‌باشند.



فواصل مهارهای جانبی اعضاء 1.2m می باشد



قطعه B



قطعه A

حل)

طراحی قطعه A:

لنگر ماکزیمم در وسط قطعه بوده و برابر است با:

$$M_x = \frac{qL^2}{8} + 22 = \frac{1.5 \times 4.2^2}{8} + 22 = 25.3 \text{ ton.m}$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی قطعه برابر $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{25.3 \times 10^5}{1584} = 1597.2 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه علاوه بر لنگر خمشی، نیروی محوری نیز وجود دارد نیمرخ IPB40 با $W_x=2880\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$k_y = 1$$

$$G_a=G_b=\frac{\Sigma(I_x/L)\text{ستونها}}{\Sigma(I_x/L)\text{تیرها}} = \frac{(I_x / L)\ IPB60+ (I_x /L)\ IPB40}{(I_x /L)\ IPB45}$$

$$= \frac{(171000 / 4.2)+ (57680 / 4.2)}{(79890 / 3.75)} = 2.6$$

نموگراف قاب با آزادی انتقال جانبی $\Rightarrow k_x = 1.72$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1.72\times420}{17.1} = 42.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times120}{7.4} = 16.2$$

$$\lambda_{max} = 42.2 < 200 \quad o.k \quad \Rightarrow \quad F_a = 1273.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{73\times10^3}{198} = 369\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{369}{1273.5} = 0.29 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{25.3\times10^5}{2880} = 878\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1 = 13b_f = 13\times30 = 390 > L_b = 120$$

$$L_2 = \frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}.F_y} = \frac{14\times10^5}{\frac{40}{30\times2.4}\times2400} = 1050 > L_b$$

بنابراین اتکاء جانبی قطعه برقرار بوده و چون مقطع فشرده می‌باشد تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.66F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$ است.

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{369}{1440} + \frac{878}{1584} = 0.81 < 1 \quad o.k$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

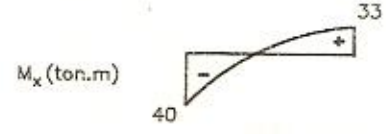
$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{105\times10^5}{42.2^2} = 5896\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a}+\frac{C_{mx}\,f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})}=\frac{369}{1273.5}+\frac{1\times878}{1584(1-369/5896)}=0.88<1 \quad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

طراحی قطعهٔ B :

دیاگرام تغییرات لنگر خمشی در این قطعه بصورت مقابل می‌باشد.



با فرض اینکه تنش مجاز خمشی قطعه $F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40\times10^5}{1440} = 2778\ cm^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری وارد بر قطعه کوچک می‌باشد نیمرخ IPB40 با W_x $2880\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود :

$$G_c=\frac{(I_x/L)IPB60+(I_x/L)IPB40}{(I_x/L)IPB50}=\frac{(171000/2.4)+(57680/4.2)}{(107200/3.75)}=3$$

$$G_d=\frac{(I_x/L)IPB40+(I_x/L)IPB60}{(I_x/L)IPB50}=\frac{(57680/4.2)+(171000/4.2)}{(107200/3.75)}=1.9$$

با استفاده از نموگراف مربوط به قابهای با آزادی انتقال جانبی بدست می‌آید:

$$k_x = 1.7$$

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1.7\times420}{17.1} = 42$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times120}{7.4} = 16.2$$

$$\lambda_{max} = 42 < 200 \quad \text{o.k} \quad \Rightarrow \quad F_a = 1275 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30\times10^3}{198} = 151.5 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{151.5}{1275} = 0.12 < 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40\times10^5}{2880} = 1389 \ \frac{kg}{cm^2}$$

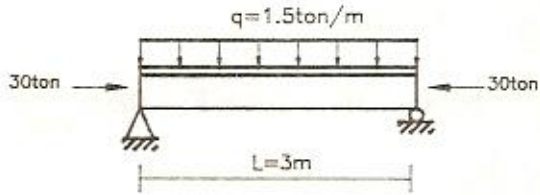
$L<L_1,L_2$ مقطع فشرده بوده $\Rightarrow \quad F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \ \frac{kg}{cm^2}$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{151.5}{1275} + \frac{1389}{1584} = 0.99 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ سپری که از نصف شدهٔ نیمرخ نوع IPB تشکیل شده باشد طرح دهید. تیر ستون در دو انتها دارای تکیه‌گاه جانبی است. $F_y = 2400 \ \frac{kg}{cm^2}$

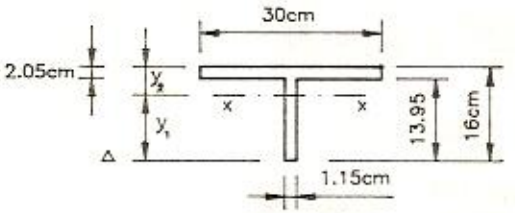


حل)

با فرض اینکه تنش مجاز محوری تیر ستون $F_a = 800 \ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{30\times10^3}{800} = 37.5 \ cm^2$$

با توجه به اینکه علاوه بر نیروی محوری، لنگر خمشی نیز بر مقطع وارد می‌شود نیم شده نیمرخ IPB32 انتخاب و کنترل می‌شود:



تعیین محلّ تار خنثی مقطع :

$$S_A = 30\times2.05\times(16-\frac{2.05}{2}) + 1.15\times13.95\times\frac{13.95}{2} = (\frac{161}{2})\times y_1 \quad \text{گشتاور استاتیک}$$

$$\Rightarrow y_1 = 12.8 \text{ cm} \quad \Rightarrow y_2 = 3.2\text{cm}$$

محاسبهٔ ممان اینرسی مقطع حول محور x:

$$I_x = \frac{30\times2.05^3}{12} + 30\times2.05\times(3.2-\frac{2.05}{2})^2 + \frac{1.15\times13.95^3}{12}$$

$$+ 1.15\times13.95\times(12.8-\frac{13.95}{2})^2 \Rightarrow I_x = 1117 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{(\frac{I_x}{A})} = \sqrt{(\frac{1117}{161/2})} = 3.72 \text{ cm}$$

$$\lambda_{max} = \lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times300}{3.72} = 80.6 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1035 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30\times10^3}{161/2} = 373 \frac{kg}{cm^2}$$

$$M_x = \frac{qL^2}{8} = \frac{1.5\times3^2}{8} = 1.69 \text{ ton.m}$$

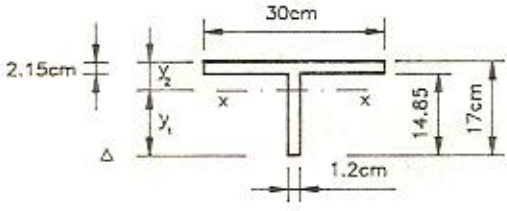
کنترل بال کششی :

$$f_{bt} = -f_a + \frac{M_x.y_1}{I_x} = -373 + \frac{1.69\times10^5\times12.8}{1117} = 1564 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bt} > F_{bt} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \quad N.G.$$

بنابراین سپری ناشی از نیم شدن نیمرخ IPB32 ضعیف می‌باشد.

نیم شده نیمرخ IPB34 کنترل می‌شود :



$$S_\Delta = 30\times2.15\times(17-\frac{2.15}{2}) + 14.85\times1.2\times\frac{14.85}{2} = (\frac{171}{2})\times y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = 13.56 \text{ cm} \quad \Rightarrow y_2 = 17-13.56 = 3.44 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{30\times2.15^3}{12} + 2.15\times30\times(3.44-\frac{2.15}{2})^2 + \frac{1.2\times14.85^3}{12}$$

$$+ 1.2\times14.85\times(13.56-\frac{14.85}{2})^2 = 1383 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{(\frac{I_x}{A})} = \sqrt{(\frac{1383}{171/2})} = 4.02 \text{ cm}$$

$$\lambda_{max} = \lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times300}{4.02} = 74.6 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1077 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30\times10^3}{171/2} = 351 \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل بال کششی :

تنش مجاز بال کششی $F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$

$$f_{bt} = -f_a + \frac{M_x \cdot y_1}{I_x} = -351 + \frac{1.69\times10^5\times13.56}{1383} = 1306 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bt} < 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \quad o.k$$

کنترل بال فشاری :

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{351}{1077} = 0.32 > 0.15$$

چون نیمرخ سپری است و L_2 و L_1 و $L<L_1$ می‌باشد پس :

$F_{bc} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$ تنش مجاز بال فشاری

$$f_{bx} = \frac{M_x \cdot y_2}{I_x} = \frac{1.69\times10^5\times3.44}{1383} = 420.4 \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1$$

$$\frac{351}{1440} + \frac{420.4}{1440} = 0.54 < 1 \qquad o.k$$

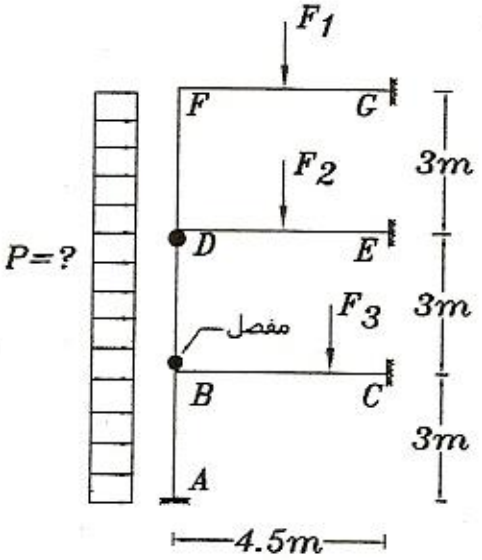
کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1 \text{ و } F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{74.6^2} = 1887 \frac{kg}{cm^2}$$

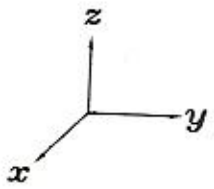
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{351}{1077} + \frac{1\times420.4}{1440(1-351/1887)} = 0.69 < 1 \quad o.k$$

بنابراین سپری ایجاد شده از نیم شدن نیمرخ IPB34 جواب مسأله می‌باشد.

نمونه مسائل امتحانی

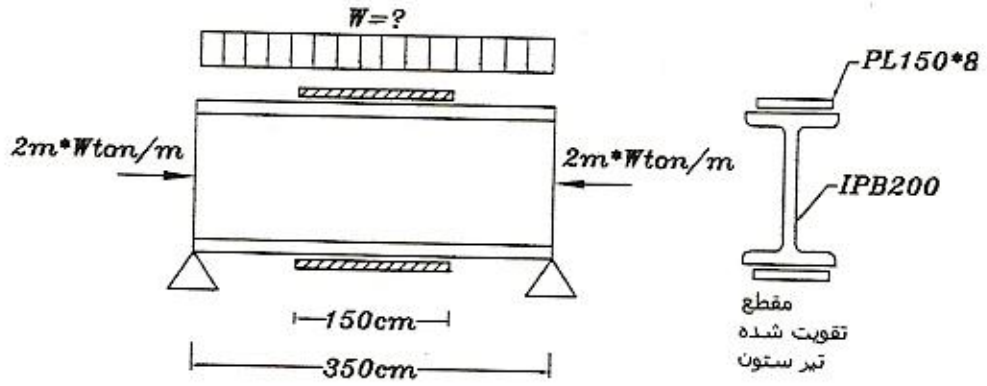


نیروی فشاری عضو BD از قاب شکل، 30ton محاسبه شده است. اگر مقطع عضو BD متشکل از دو عدد نبشی L80×8 باشد و این پروفیل‌ها به بهترین نحو به یکدیگر متصل شده باشند. (بدون پست) در این صورت، آیا عضو BD می‌تواند بار گستردهٔ P را تحمل کند؟(دراین صورت مقدار این نیروی مجاز چقدراست ؟)



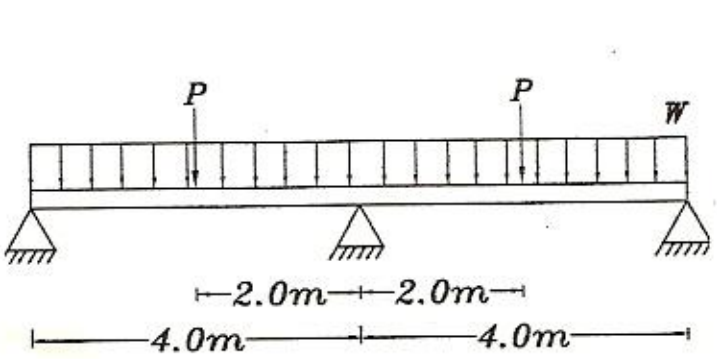
$$Fy=2400\ Kg/cm^2$$
$$E=2.1*10^6\ Kg/cm^2$$

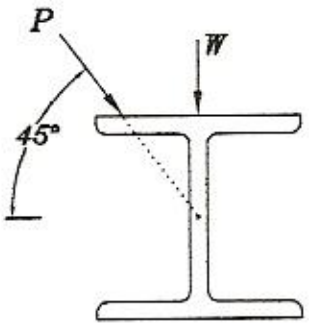
بار گسترده مجازی که می‌توان به تیر ستون با مقطع شکل وارد کرد، چقدر است؟ (ضرایبK و C_m و C_b برابر واحد فرض می‌شود.)



$$Fy=2400\ Kg/cm^2$$
$$E=2.1*10^6\ Kg/cm^2$$

مقطعی از IPB انتخاب نمایید که بتواند بارهای شکل را تحمل کند. این تیر در طول خوددارای اتکای جانبی است.





$W=2ton/m$

$P=10ton$

$F_y=2400Kg/cm^2$

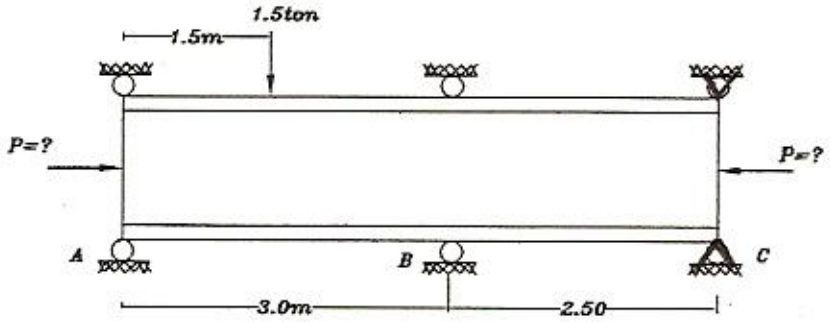
$E=2.1*10^6\ Kg/cm^2$

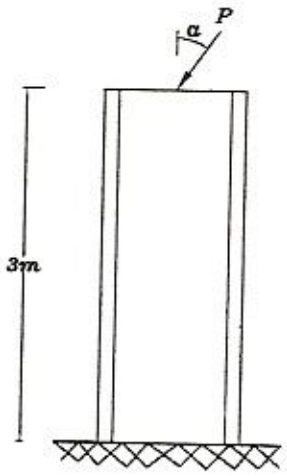
مقطع IPB

حداکثر نیروی فشاری مجاز یک عدد پروفیل IPB200 ، با شرایط زیر، مطابق آیین‌نامه چقدر می‌باشد؟ شرایط ستون:

الف- فولاد مصرفی دارای $F_y = 2400^{kg}/_{cm^2}$ و $E = 2.1\times10^6\,kg/cm^2$ است.

ب- در تکیه‌گاه میانی هیچ گونه اتکائی نسبت به محور ضعیف موجود نمی‌باشد.





$Fy=2400\ Kg/cm^2$

$E=2.1*10^6\ Kg/cm^2$

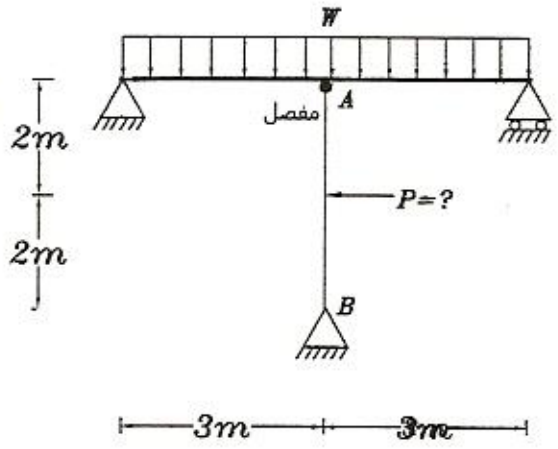
مقطع تیر ستون شکل یک عدد پروفیل IPB می‌باشد، که در طول خود دارای اتکای جانبی است. مقادیر حداکثر و حداقل نیروی فشاری (P_{max}, P_{min}) و هم چنین نیروی فشاری $P=\frac{P_{min}+P_{max}}{2}$ تحت چه زوایه‌ای به وجود می‌آید و مقادیر آن‌ها چقدر است؟

مقطع تیر ستون AB از یک عدد پروفیل IPB240 تشکیل شده است. اگر نیروی فشاری وارده بر این تیر ستون 20ton باشد. در این صورت مقدار مجاز نیروی P چقدر است؟

$Fy=2400\ Kg/cm^2$

$E=2.05*10^6\ Kg/cm^2$

$K_x=K_y=1$

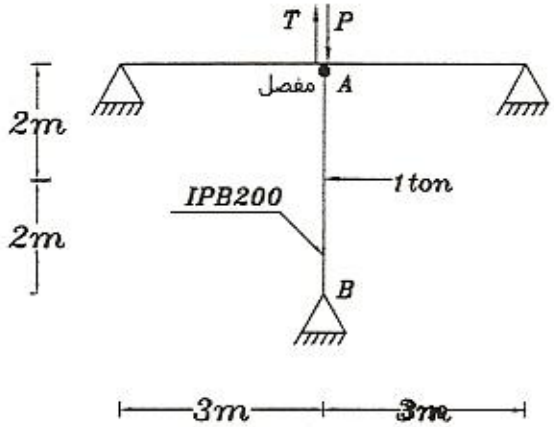


نسبت نیروی کششی مجاز به نیروی فشاری مجاز برای تیر ستونی با مقطع IPB200 تحت شرایط زیر چقدر است؟

$Fy=2400\ Kg/cm^2$

$E=2.05*10^6\ Kg/cm^2$

$K_x=K_y=1$

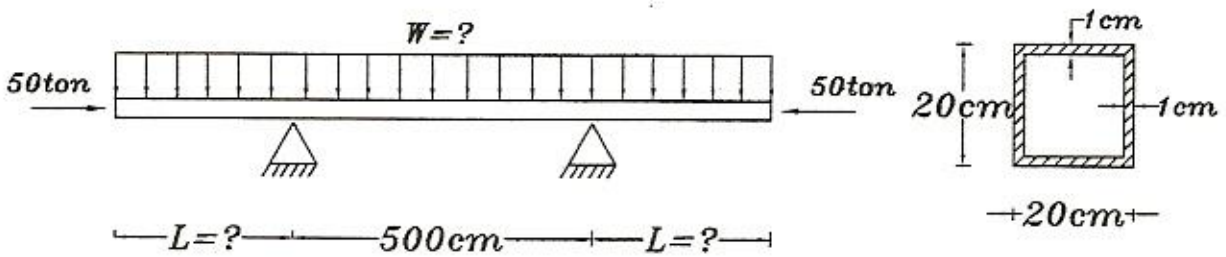


برای تیر ستون شکل، حداکثر بار گستردهٔ مجاز W بر اساس طول بهینه ، چقدر است؟

$Fy=2400\ Kg/cm^2$

$E=2.05*10^6\ Kg/cm^2$

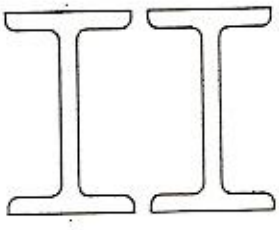
$L_b=0$ طول غیر مهاری



مقاطع تیر ستونی شکل را برای نیروهای داده شده زیر کنترل کنید و کفایت مقاطع را تعیین کنید.

مشخصات فولاد مصرفی: $E=2.1*10^{6}\ Kg/cm^{2}$; $Fy=2400\ Kg/cm^{2}$

شماره بارگذاری	$P(ton)$	$M_{x_{bot}}$ $(ton-m)$	$M_{x_{top}}$ $(ton-m)$	$M_{y_{bot}}$ $(ton-m)$	$M_{y_{top}}$ $(ton-m)$
1	63	3	2.5	1.25	1
2	71	2.5	2.25	1	0.75
3	50	3.75	3.25	1.75	1.25
4	31	1	0.75	2.25	2
5	20	1.25	1	3.5	3.25

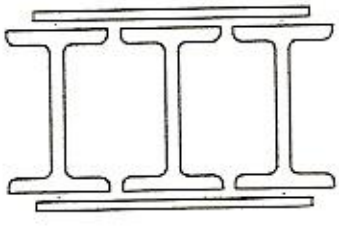


2IPE240

$Lx=400cm$ $Kx=1.35$ $Cmx=0.85$

$Ly=200cm$ $Ky=1.35$ $Cmy=0.85$

$Check_{max}=1.35$ جواب:(مقطع ضعیف است)



3IPE180+2PL200*10

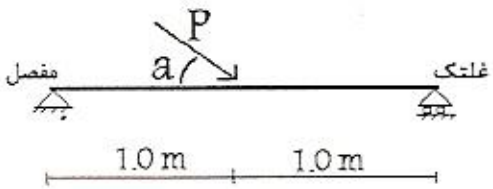
$Lx=300cm$ $Kx=1.20$ $Cmx=0.85$

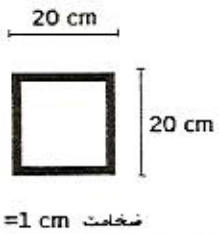
$Ly=300cm$ $Ky=1.30$ $Cmy=0.85$

$Check_{max}=0.98$ جواب:(مقطع مناسب و اقتصادی است)

مقادیر حداکثروحداقل نیروی P (P_{min} , P_{max}) برای تیر ستون شکل چقدر است ؟ اگر نیروی

$P = \frac{P_{min} + P_{max}}{2}$ تحت زاویه a به تیر ستون وارد شوددر این صورت زاویه a چقدر است؟





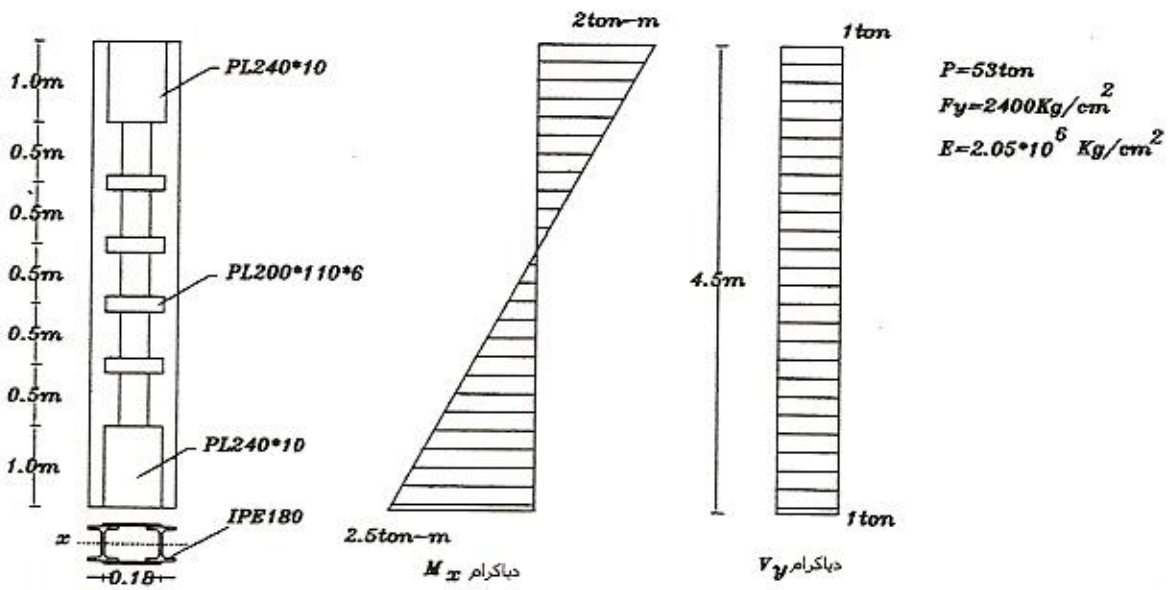
F_y=2400 kg/cm2

$E=2.10*10^6$ kg/cm2

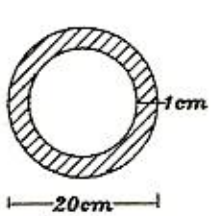
L_b=2.0m

دیاگرام‌های لنگر خمشی و نیروی برشی برای تیر ستون شکل، مطابق زیر داده شده است.

حداکثر تنش‌های ایجاد شده در مقطع اصلی ستون و هم چنین در بست‌های افقی چقدر است؟



یک تیر ستون، با مقطع لوله‌ای که در فواصل سه متری دارای اتکای جانبی است و عدم مهاربندی شده می‌باشد، تحت اثر نیروی فشاری 10ton قرار گرفته است. در این صورت حداکثر لنگر خمشی مجاز برای این تیر ستون چقدر است؟

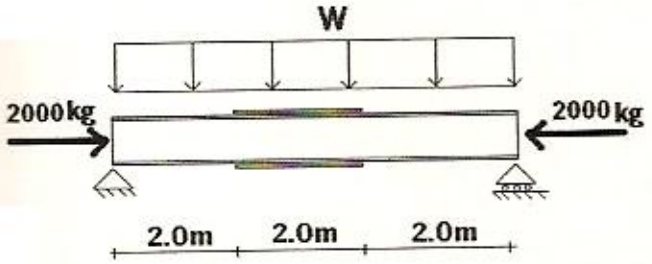


$Fy=2400Kg/cm^2$

$E=2.05*10^6$ Kg/cm2

$K_x = K_y = 1.5$

حداکثر بارگسترده مجازی که می توان به‌تیرستون‌شکل زیر وارد کرد چقدراست؟



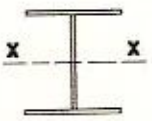
$E=2.10*10^6$ kg/cm2 $F_b=1440$ kg/cm2

$F_y=2400$kg/cm2

IPB 240 :

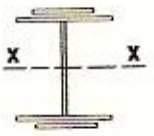
A=106 cm2 r_x=10.30cm r_y=6.06 cm s_x=938 cm3

t_w=1 cm d= 24cm b_f=24cm t_f=1.7 cm



IPB 240

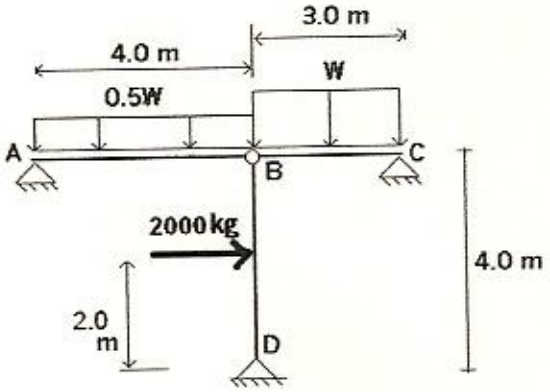
مقطع بدون تقویت



IPB 240
+2PL200*10

مقطع با تقویت

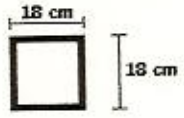
حداکثر بارگسترده مجازW برای سازه شکل زیر چقدر است ؟



تنش مجاز خمشی $F_b=1440$ kg/cm2

تنش تسلیم $F_y=2400$ kg/cm2

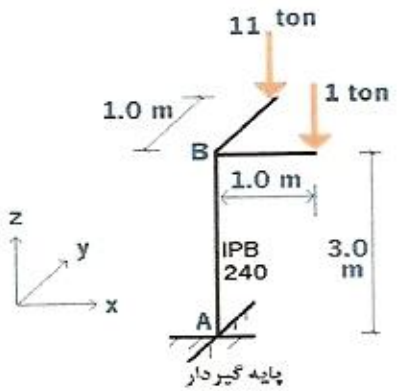
ضریب الاستیسیته $E=2.1*10^6$ kg/cm2

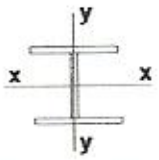


(ضخامت 0.6 cm)

مقطع کلیه اعضا

بارهای وارد برتیر ستون AB مطابق شکل زیر داده شده است.تقریبا چند درصد از ظرفیت مجاز این تیر ستون استفاده شده است؟





مقطع تیرستون AB

تنش های مجاز خمشی

F_{bx} =1440 kg/cm2

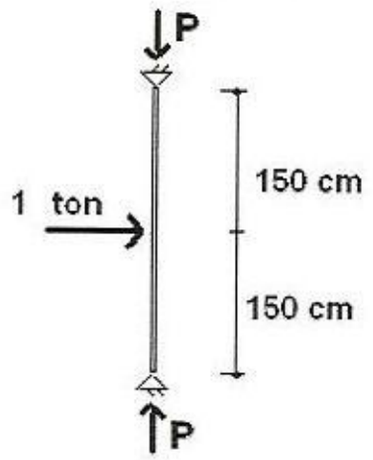
F_{by} =1800 kg/cm2

IPB 240 :

A=106 cm2 r_x=10.30cm r_y=6.06 cm s_x=938 cm3

s_y=327 cm3 d= 24cm b_f=24cm t_f=1.7 cm

یک ورق به مساحت چهل سانتیمتر مربع (ابعاد $40_{cm} * 1_{cm}$) وطول ۳ متر مورد نظر است طرح برش این ورق را به‌صورتی ارائه دهید که بتوان از اتصال ورق های برش خورده به‌یک مقطع عضو تیرستون رسید که بیشترین نیروی مجاز فشاری رابتواند تحمل کند در این صورت مقدار این نیروی مجاز فشاری چقدر است؟



$F_y = 2400\ kg/cm^2$ فولاد مصرفی

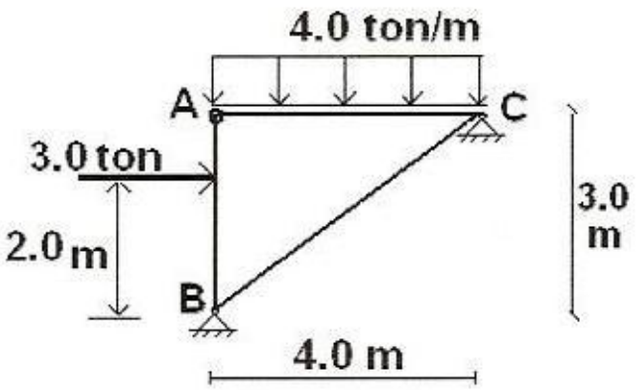
$E = 2.1 * 10^6\ kg/cm^2$

$L_y = 100\ cm$ طول عرشهاری نسبت به محور ضعف

$L_x = 300\ cm$ طول عرشهاری نسبت به محور قوی

توضیح اینکه خمش حول محور قوی اتفاق می افتد

مقطع تیرستون AB را از دو پروفیل IPE به هم چسبیده طراحی نمایید



$F_Y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$

$E = 2100000\ \frac{kg}{cm^2}$

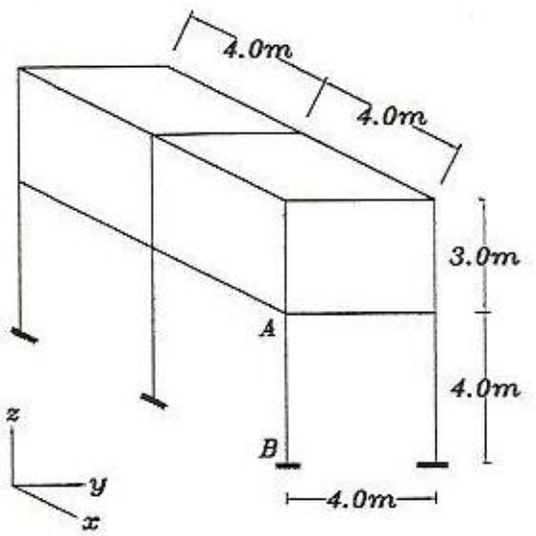
$L_b = 3.0m$ طول غیر مهاری

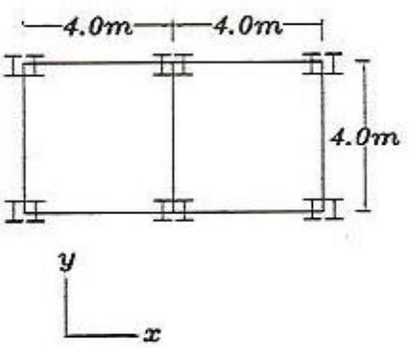
II مقطع تیرستون

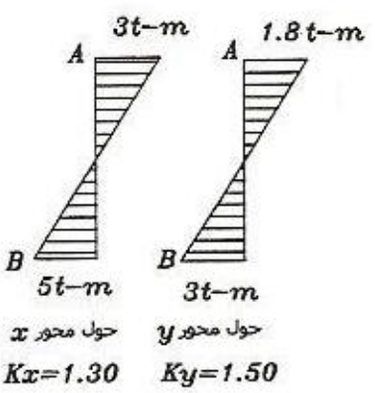
با فرض این که نیروی فشاری ستون AB برابر 50ton باشد. در این صورت مطلوبست طرح ستون از دو عدد پروفیل IPE به هم چسبیده، با توجه به مشخصات زیر:

$Fy=2400\ Kg/cm^2$

$E=2.05*10^6\ Kg/cm^2$





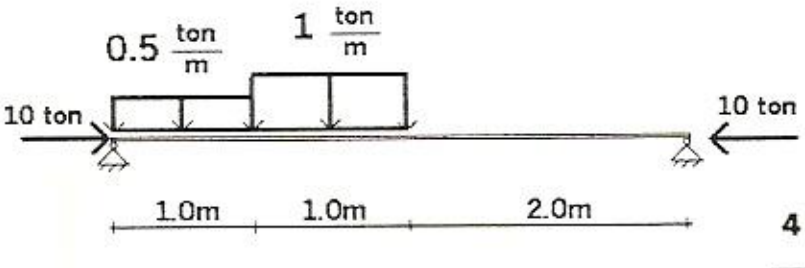


حول محور x $Kx=1.30$

حول محور y $Ky=1.50$

لنگرخمشی

روابط اصلی تیرستون هارا برای المان شکل زیر کنترل نمایید



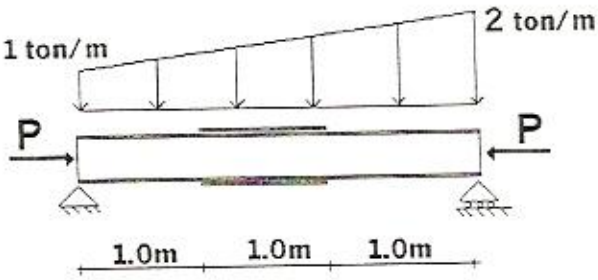
4 PL 12 * 1 (cm cm)

F_b=1440 kg/cm2 تنش مجاز خمشی

F_y= 2400 kg/cm2 تنش تسلیم

L_b =200 cm

حداکثر نیروی مجازی که می توان به تیرستون شکل زیر وارد کرد چقدراست؟



IPB 240 :

A=106 cm2 r_x=10.30cm r_y=6.06 cm s_x=938 cm3

t_w=1 cm d= 24cm b_f=24cm t_f=1.7 cm

K_x=1.0 K_y=1.0 L_b=0

F_b=1440 kg/cm2

F_y=2400kg/cm2

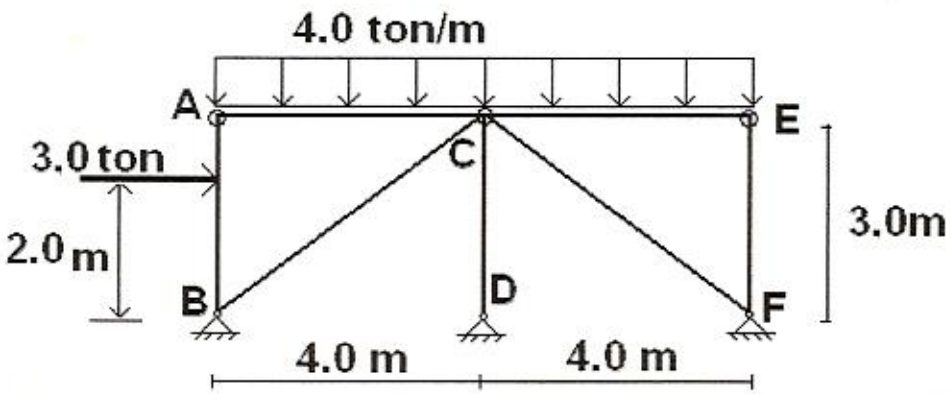
IPB 240

مقطع بدون تقویت

IPB 240 +2PL200*10 mm

مقطع با تقویت

مقطع تیرستون AB را از سه پروفیل IPE به هم چسبیده طراحی نمایید



$F_Y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$

L_b=3.0m طول غیر مهاری

III مقطع تیرستون